



## Modeling and Optimization of Relative Viscosity and Thermal Conductivity Ratio of Water-Based MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Hybrid Nanofluid Using Artificial Neural Network and Multi-Objective Particle Swarm Optimization

Ali Mokhtarian<sup>a</sup>, Mojtaba Rahimi<sup>b,c\*</sup>, Mohammad Hashemian<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Department of Mechanical Engineering, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

<sup>b</sup> Department of Petroleum Engineering, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

<sup>c</sup> Stone Research Center, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

### Original Article

Use your device to scan  
and read the article online



**Citation:** Mokhtarian A, Rahimi M, Hashemian M. Modeling and Optimization of Relative Viscosity and Thermal Conductivity Ratio of Water-Based MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Hybrid Nanofluid Using Artificial Neural Network and Multi-Objective Particle Swarm Optimization. *Mechanics of Advanced and Smart Materials*. 2025;5(2):212-233.

<https://10.66224/masm.5.2.212>

### KEYWORDS

Hybrid nanofluid,  
Relative viscosity,  
Thermal conductivity ratio,  
Artificial neural network,  
Multi-objective optimization.

### ABSTRACT

Nanoparticles can enhance the thermophysical properties of base fluids, leading to increased efficiency, especially in heat transfer applications. Therefore, achieving optimized thermophysical properties of nanofluids is of particular importance. In this study, two multilayer feedforward artificial neural networks (ANN) were designed and trained to predict the relative viscosity and thermal conductivity ratio of a water-based hybrid nanofluid MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (with a nanoparticle weight ratio of 80:20). The nanofluid samples studied contained varying volume concentrations of MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticles (from 0.01 to 0.2 percent) in the base fluid. Experimental data for relative viscosity and thermal conductivity ratio at different temperatures (from 25°C to 60°C) were available. For each ANN designed to estimate either the relative viscosity or the thermal conductivity ratio outputs, regression plots corresponding to the training, validation, and testing data sets demonstrated the networks' excellent performance. The mean and maximum relative percentage errors obtained for the testing data were as follows: for relative viscosity output, 0.5120% mean error and 2.5450% maximum error; for thermal conductivity ratio output, 0.1733% mean error and 0.2874% maximum error. Moreover, based on the developed model, a multi-objective optimization problem was formulated to simultaneously determine the minimum relative viscosity and maximum thermal conductivity ratio of the nanofluid. This problem was solved using the multi-objective particle swarm optimization (MOPSO) metaheuristic method. Consequently, the optimal objective function values and input parameters were obtained, and the Pareto optimal points were graphically illustrated.

### Extended Abstract

#### 1. Introduction

Hybrid nanofluids are a category of advanced heat transfer fluids created by dispersing two or more different types of nanoparticles in a base fluid, typically water, ethylene glycol, or oil. By combining nanoparticles with distinct physical and thermal properties, hybrid nanofluids enhance thermal

\* Corresponding author: Mojtaba Rahimi; Tel.: 031-33660011 (2565); Fax: 031-33660088

E-mail address: [mrahimi@iau.ac.ir](mailto:mrahimi@iau.ac.ir)

DOI: <https://10.66224/masm.5.2.212>.

Received: August 16, 2025; Received in revised form: September 14, 2025; Accepted: September 20, 2025.

© Author



characteristics beyond what is achievable with single-component nanofluids [1]. Key properties of hybrid nanofluids include viscosity and thermal conductivity, which significantly influence the heat transfer performance of the fluid and the pumping power requirements. Increased thermal conductivity generally improves heat transfer efficiency, while high viscosity raises flow resistance and energy consumption [2]. Among the combinations of nanoparticles, the use of multi-walled carbon nanotubes (MWCNTs) alongside yttrium oxide ( $Y_2O_3$ ), which are dispersed in water, has garnered considerable attention due to the high thermal conductivity of MWCNTs and the thermal stability and dispersive characteristics of  $Y_2O_3$ . Water continues to be regarded as the preferred base fluid due to its availability, non-toxicity, and suitable thermophysical properties [3]. Optimizing the properties of hybrid nanofluids is essential to maximize thermal benefits while minimizing adverse effects such as increased viscosity or particle aggregation. Artificial neural networks (ANNs) are powerful tools for modeling and predicting the nonlinear behaviors of nanofluid properties based on experimental or simulated data, enabling precise estimations of these properties [4]. Multi-objective particle swarm optimization (MOPSO) extends the classical PSO algorithm to simultaneously optimize conflicting objectives, such as maximizing thermal conductivity and minimizing viscosity, thereby identifying a set of Pareto-optimal solutions rather than a single optimal answer [5]. Employing MOPSO alongside ANNs accelerates convergence towards optimal formulations of hybrid nanofluids. Traditional optimization methods often rely on single-objective frameworks or heuristic parameter tuning, which may be unable to understand and manage the trade-off between multiple objectives or may become trapped in local optima. Combined approaches like MOPSO address these limitations by providing global search capabilities and simultaneous multi-objective optimization, making them particularly suitable for complex engineering problems, such as optimizing the properties of hybrid nanofluids [6].

In the present study, the modeling and optimization of two rheological and thermal parameters—specifically, the relative viscosity and the thermal conductivity ratio of a water-based MWCNT- $Y_2O_3$  hybrid nanofluid (with an 80:20 nanoparticle weight ratio)—were carried out based on two input parameters: nanofluid temperature and nanoparticle volume concentration. To achieve this, these two thermophysical properties were first modeled with high accuracy using the design and training of two two-layer feedforward ANNs, based on experimental data available in Al-Oran and Lezsovits [3]. Furthermore, the optimization of these properties was performed using the MOPSO meta-heuristic method, aiming to achieve a set of optimal points (each of which can be selected by considering a desired degree of importance for each characteristic). The block diagram presented in Figure 1 illustrates the overall modeling and optimization process undertaken in this study. Based on a literature search, few studies have so far been conducted on the estimation and evolutionary multi-objective optimization of the thermal and rheological parameters of nanofluids, especially for the specific nanofluid investigated in this research.

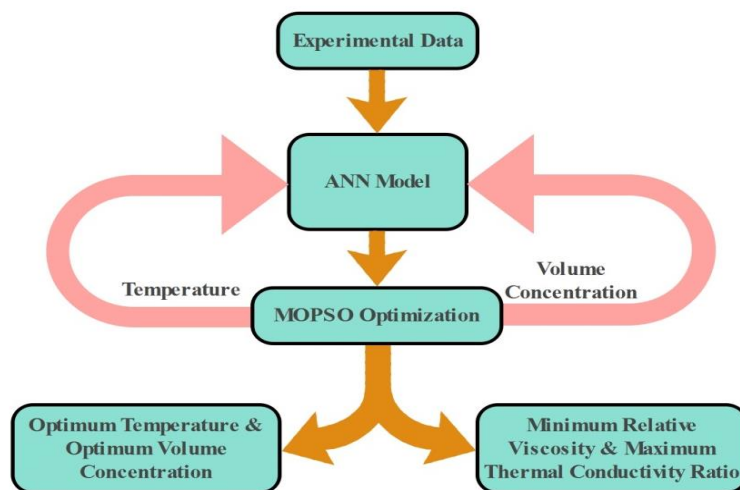


Figure 1. The overall block diagram for the neural network modeling and evolutionary optimization of the relative viscosity and thermal conductivity ratio of the water-based MWCNT- $Y_2O_3$  hybrid nanofluid

## 2. ANN Structure and Modeling

The ANN employed here is of the feedforward type. A feedforward ANN is one of two broad categories of ANNs, characterized by a unidirectional flow of information between its layers. In this type of network, input information flows from the nodes of the input layer to the nodes of the hidden layers (if present), and then to the

nodes of the output layer, without forming any cycles or loops [17]. To develop models for estimating the relative viscosity and thermal conductivity ratio of the water-based MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> hybrid nanofluid, two two-layer feedforward ANNs were configured and prepared for data feeding and training using MATLAB software. The network predicting the nanofluid's relative viscosity utilized two neurons in its hidden layer, while the network predicting the nanofluid's thermal conductivity ratio employed five neurons in its hidden layer. These networks (Figure 2) are essentially tasked with identifying the relationship between the set of input features (nanofluid temperature and nanoparticle volume concentration within the fluid) and the target output quantity (nanofluid relative viscosity or thermal conductivity ratio). For each of the output quantities—relative viscosity and thermal conductivity ratio—60% of the data was used for training, 20% for training validation, and the remaining 20% for testing the corresponding network.

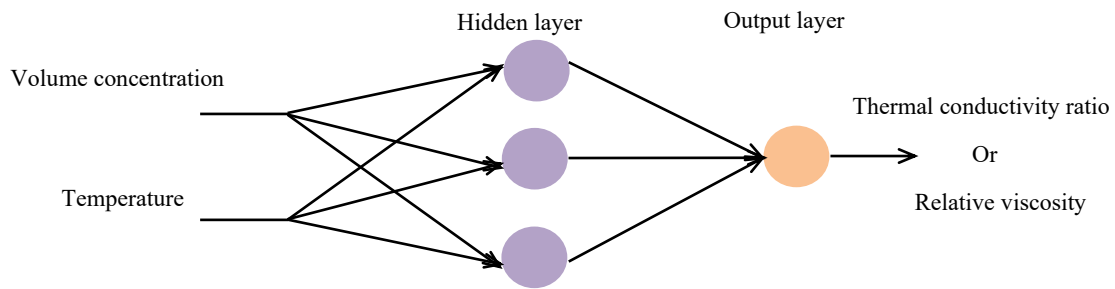


Figure 2. The architecture of the two-layer backpropagation neural network for predicting the thermal conductivity ratio and relative viscosity

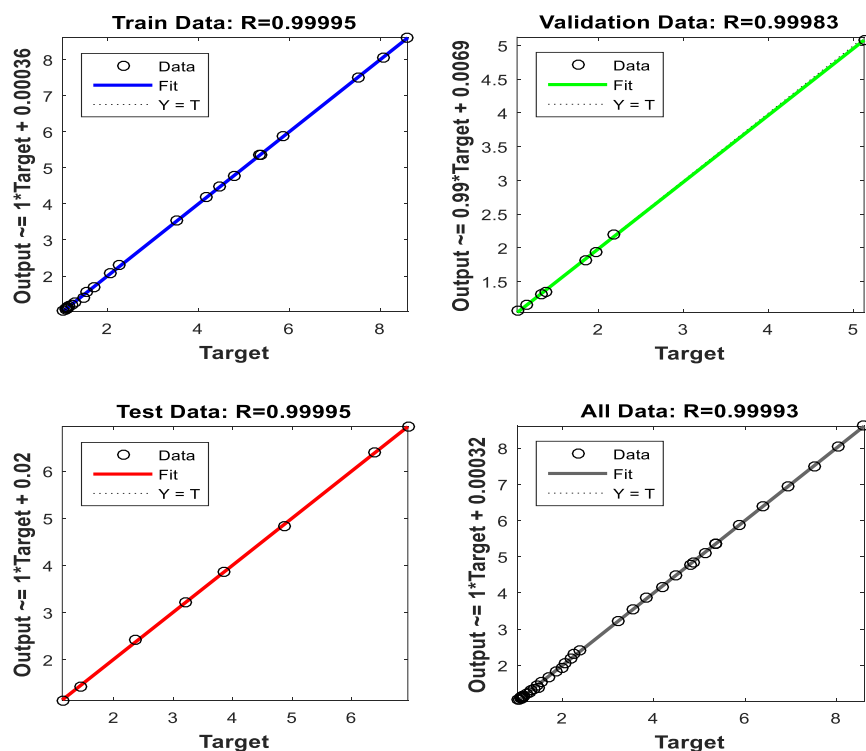


Figure 3. Regression plot of the ANN corresponding to the relative viscosity for each category of training, validation, and test data

An important indicator for determining the training status of the ANN is the regression plots and correlation coefficient ( $R$ ) between the actual output data and the target values. These are presented in Figures 3-4 for each of the trained networks corresponding to the relative viscosity and thermal conductivity ratio outputs of the nanofluid, respectively. Each of these figures represents the final output values obtained from the corresponding network for each category of training, validation, and test data (vertical axis) against their respective actual values (horizontal axis). Based on the index values indicated on each of Figures 3-4, it can be seen that the output values of each of the ANNs for each data category have sound accuracy and are sufficiently close to the target values. The correlation

coefficients for each of the training, validation, and test data categories, as well as for all data, for the ANN corresponding to the relative viscosity output (as shown in Figure 3) are 0.99995, 0.99983, 0.99995, and 0.99993, respectively. For the ANN corresponding to the thermal conductivity ratio output (as shown in Figure 4), these values are 0.99969, 0.99878, 0.99760, and 0.99902, respectively, all of which are very close to the ideal value of one. This means that the designed neural network models can estimate, with very high accuracy, the relative viscosity and thermal conductivity ratio of the nanofluid containing different volume concentrations of the nanoparticles studied in this research at different temperatures.

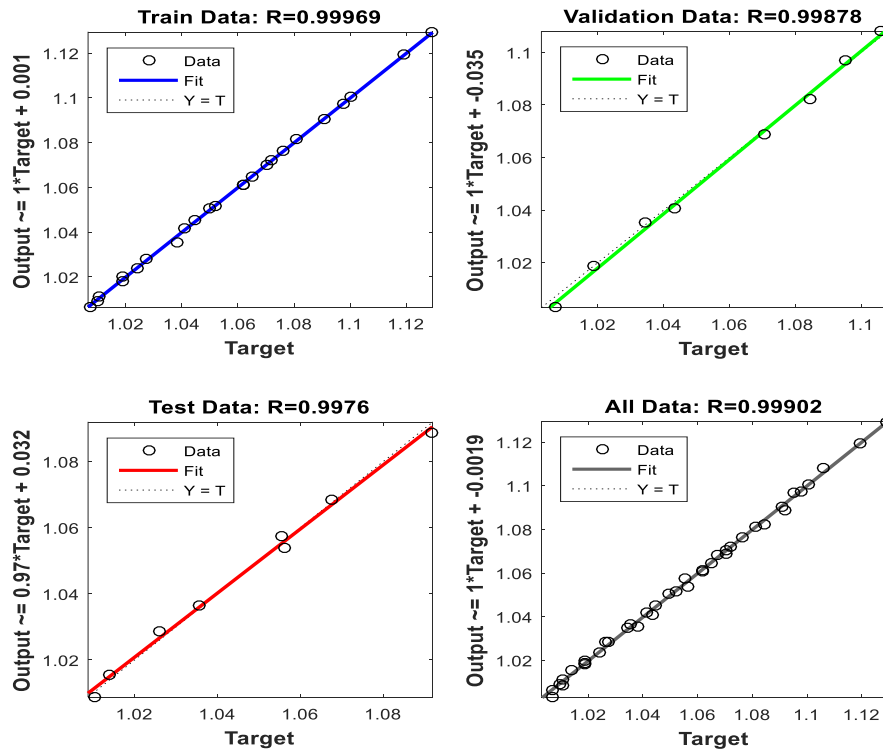


Figure 4. Regression plot of the ANN corresponding to the thermal conductivity ratio for each category of training, validation, and test data

### 3. Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO)

MOPSO was proposed by Coello et al. [18]. This algorithm is a multi-objective version of PSO that employs the Pareto dominance technique and grid creation, similar to the Pareto-based selection algorithm, to manage multi-objective optimization problems. Just like PSO, particles in MOPSO share information and move toward their best regional particles and personal (local) memory. However, unlike PSO, there is more than one criterion for determining the best state (regional or local). All non-dominated particles in the main group are collected in a subset called the repository, and each particle selects its best regional target from among the members of this repository. To determine the best personal (local) particle, probabilistic and dominance-based rules are used [19]. In this study, conflicting objective functions included relative viscosity and thermal conductivity ratio, and optimization variables included nanofluid temperature and volume concentration of nanoparticles used in the base fluid. The values of the objective functions (relative viscosity and thermal conductivity ratio of the nanofluid) corresponding to the Pareto optimal points obtained at the end of the optimization process, as well as the values of the problem variables (nanofluid temperature and volume concentration of nanoparticles) corresponding to them, are presented in Table 1. As can be seen, the optimal values of the volume concentration for the Pareto points are dispersed in the range of 0.0269 to 0.1097 percent, while the optimal temperature for all these points is approximately equivalent to 60°C, i.e., the upper limit of the nanofluid temperature range. Also, the minimum relative viscosity range varies between 1.2720 and 6.9698, and the maximum thermal conductivity ratio range is very limited and between 1.0809 and 1.1104. In general, the selection of the desired optimal point from among these points depends on the user's decision in prioritizing and considering the degree of importance for each of the objective functions of relative viscosity and thermal conductivity ratio of the nanofluid. It is clear that, based

on the results obtained, among the Pareto optimal points, increasing the thermal conductivity ratio as much as possible is associated with a greater increase in relative viscosity, and decreasing the thermal conductivity ratio as much as possible is associated with a greater decrease in relative viscosity.

**Table 1. Optimal values of temperature and volume concentration corresponding to the Pareto points obtained for the minimum relative viscosity and maximum thermal conductivity ratio of the water-based MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> hybrid nanofluid**

Optimal point number	Optimum temperature (°C)	Optimum volume concentration	Minimum relative viscosity	Maximum thermal conductivity ratio
1	60.0	0.1036	5.9324	1.1089
2	60.0	0.0525	1.7090	1.0957
3	60.0	0.0627	2.0659	1.0986
4	60.0	0.0336	1.3447	1.0862
5	60.0	0.0861	3.6567	1.1045
6	60.0	0.0302	1.3047	1.0835
7	60.0	0.0843	3.4838	1.1041
8	60.0	0.0950	4.6710	1.1067
9	60.0	0.0405	1.4452	1.0907
10	60.0	0.0976	5.0324	1.1074
11	60.0	0.0269	1.2720	1.0809
12	60.0	0.0362	1.3781	1.0880
13	60.0	0.1054	6.2229	1.1093
14	60.0	0.1044	6.0514	1.1090
15	60.0	0.0605	1.9781	1.0981
16	60.0	0.0378	1.4010	1.0890
17	60.0	0.0956	4.7515	1.1068
18	60.0	0.0652	2.1790	1.0993
19	60.0	0.0617	2.0245	1.0984
20	60.0	0.1097	6.9698	1.1104
21	60.0	0.0742	2.6824	1.1016
22	60.0	0.0842	3.4758	1.1040
23	60.0	0.0985	5.1516	1.1076
24	60.0	0.0551	1.7860	1.0966
25	60.0	0.0985	5.1572	1.1076
26	60.0	0.0645	2.1449	1.0991
27	60.0	0.0954	4.7287	1.1068
28	60.0	0.0378	1.4013	1.0890
29	60.0	0.0850	3.5501	1.1042
30	60.0	0.0724	2.5674	1.1011
31	60.0	0.0867	3.7242	1.1047
32	60.0	0.0691	2.3783	1.1003
33	60.0	0.0798	3.0957	1.1030
34	60.0	0.0795	3.0680	1.1029
35	60.0	0.0968	4.9085	1.1071
36	60.0	0.0875	3.8023	1.1049
37	60.0	0.0588	1.9136	1.0976
38	60.0	0.0494	1.6268	1.0947
39	60.0	0.0716	2.5222	1.1010
40	60.0	0.0644	2.1403	1.0991

#### 4. Conclusion

This research aimed to develop an accurate model for predicting the thermal conductivity ratio and relative viscosity of MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> water-based hybrid nanofluid, with a specific focus on certain nanoparticle concentrations and temperatures. To achieve this objective, two-layer feedforward ANNs were designed and trained. Furthermore, to minimize relative viscosity and maximize the thermal conductivity ratio, ANNs were utilized to identify optimal values for nanoparticle concentration and fluid temperatures. These optimal values were subsequently determined using the MOPSO algorithm. The selection of any of the obtained optimal points for implementation and application in industrial environments will be contingent upon the user's decision, aligned with the specific industrial requirements. For all Pareto optimal points obtained from the metaheuristic multi-objective optimization of the relative viscosity and thermal conductivity ratio of the nanofluid, the optimal volume concentrations of nanoparticles are distributed within the allowed range of 0.0269% to 0.1097%. For all Pareto optimal points derived from the MOPSO optimization, 60°C was determined as the optimal nanofluid temperature (i.e., the upper limit of the temperature parameter's range) to achieve minimum relative viscosity and maximum thermal conductivity ratio.



## مدل سازی و بهینه سازی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال هیبریدی $MWCNT-Y_2O_3$ پایه آبی با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و بهینه سازی چندهدفه ازدحام ذرات

علی مختاریان<sup>الف</sup>، مجتبی رحیمی<sup>ب و ج\*</sup>، محمد هاشمیان<sup>الف</sup>

<sup>الف</sup> دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، ایران، [mokhtarian@iau.ac.ir](mailto:mokhtarian@iau.ac.ir)

<sup>ب</sup> استادیار، گروه مهندسی نفت، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، ایران، [mrahimi@iau.ac.ir](mailto:mrahimi@iau.ac.ir)

<sup>ج</sup> استادیار، مرکز تحقیقات سنگ، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، ایران، [mrahimi@iau.ac.ir](mailto:mrahimi@iau.ac.ir)

<sup>الف</sup> دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، ایران، [mohammadhashemian@iau.ac.ir](mailto:mohammadhashemian@iau.ac.ir)

چکیده	واژگان کلیدی
<p>نانوذرات می توانند با ارتقای خواص ترموفیزیکی سیالات پایه منجر به افزایش کارایی آن ها به ویژه در کاربردهای انتقال حرارت شوند. از این رو دستیابی به خواص ترموفیزیکی بهینه نانوسیالات از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در این تحقیق، به طراحی و آموزش دو شبکه عصبی مصنوعی (ANN) پیشخور دو لایه جهت پیشگویی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال هیبریدی پایه آبی <math>MWCNT-Y_2O_3</math> (با نسبت وزنی نانوذرات ۲۰:۸۰) پرداخته شده است. نمونه نانوسیال های مورد مطالعه، دارای غلظت های حجمی متفاوت (۰/۱ تا ۰/۲ درصد) نانو ذرات <math>MWCNT-Y_2O_3</math> در سیال پایه بوده و مقادیر ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی آن ها در دماهای مختلف (<math>25^{\circ}C</math> تا <math>60^{\circ}C</math>) در دسترس بوده است. برای هر ANN طراحی شده به منظور تخمین هر یک از خروجی های ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال، نمودارهای رگرسیون متناظر هر دسته از داده های آموزش، اعتبارسنجی و آزمون گویای عملکرد مطلوب شبکه بوده اند. به طوری که میزان درصد های خطای نسبی میانگین و بیشینه به دست آمده برای داده های آزمون شبکه نظیر خروجی ویسکوزیته نسبی به ترتیب برابر ۵۱۲۰/۰ و ۵۴۵۰/۲ و نظیر خروجی نسبت هدایت گرمایی به ترتیب برابر ۱۷۳۳/۰ و ۲۸۷۴/۰ حاصل شده اند. هم چنین، بر مبنای مدل ایجاد شده یک مسئله بهینه سازی چند هدفه در راستای تعیین هم زمان مقادیر کمینه ویسکوزیته نسبی و بیشینه نسبت هدایت گرمایی نانوسیال تعریف شده و با استفاده از روش فرا ابتکاری بهینه سازی چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO) حل شده است و در پی آن جدول مقادیر بهینه توابع هدف و پارامترهای ورودی نظیر ارائه شده و نمودار نقاط بهینه پارتو ترسیم شده است.</p>	<p>نانوسیال هیبریدی، ویسکوزیته نسبی، نسبت هدایت گرمایی، شبکه عصبی مصنوعی، بهینه سازی چند هدفه.</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۲۵</p> <p>تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۶/۲۳</p> <p>تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۲۹</p>

### ۱- مقدمه

نانو سیالات هیبریدی دسته ای از سیالات پیشرفته انتقال حرارت هستند که با پراکندن دو یا چند نوع نانوذره متفاوت در یک سیال پایه، معمولاً آب، اتیلن گلیکول یا روغن، تهیه می شوند. با ترکیب نانوذراتی با خواص فیزیکی و حرارتی متفاوت،

نانو سیالات هیبریدی ویژگی‌های گرمایی و فیزیکی را فراتر از آنچه با نانو سیالات تک‌جزئی قابل دستیابی است، بهبود می‌بخشند [۱]. خواص کلیدی نانو سیالات هیبریدی شامل ویسکوزیته و هدایت حرارتی است که به‌طور بسیار مهمی بر عملکرد انتقال حرارت سیال و نیازهای قدرت پمپاژ تأثیر می‌گذارند. افزایش هدایت حرارتی عموماً باعث بهبود کارایی انتقال حرارت می‌شود، درحالی‌که ویسکوزیته بالا مقاومت جریان و مصرف انرژی را افزایش می‌دهد [۲]. در واقع، نانوسیالات هیبریدی به دلیل خواص گرمایی-فیزیکی برتر خود در مقایسه با نانوسیالات تک‌جزئی متعارف توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده‌اند. این خواص بهبودیافته شامل ضرایب انتقال گرمای افزایش یافته و هدایت گرمایی بهبود یافته هستند، که نانوسیالات هیبریدی را به یک کاندیدای بالقوه برای کاربردهای مختلف در سیستم‌های خنک‌کننده/گرمایی و فرآیندهای صنعتی تبدیل می‌کند [۳]. محققان در حال بررسی ترکیبات بهینه نانوذرات و سیالات پایه برای به حداکثر رساندن این مزایا هستند، که می‌تواند منجر به نوآوری‌هایی شود که فناوری‌های مدیریت گرمایی در صنایع مختلف را متحول کند [۴]. در میان ترکیب‌های نانوذرات، استفاده از نانولوله‌های کربنی چنددیواره (MWCNT<sup>۱</sup>) همراه با اکسید ایتیم<sup>۲</sup> (Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) که در آب پراکنده شده‌اند، به دلیل هدایت گرمایی زیاد MWCNT و پایداری گرمایی و ویژگی‌های پراکندگی Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> توجه زیادی را به خود جلب کرده است. آب همچنان به‌عنوان سیال پایه ترجیحی به دلیل در دسترس بودن، غیرسمی بودن و خواص ترموفیزیکی مناسب آن در نظر گرفته می‌شود [۵]. نانوسیال هیبریدی MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> نوعی نانو سیال هیبریدی است که حاوی نانوذرات غیرمشابه بوده و برای بهبود خواص گرمایی مانند هدایت گرمایی، هم‌زمان با کنترل ویسکوزیته طراحی شده‌اند. هدف از استفاده از این نانو سیالات در کاربردهای صنعتی، بهینه کردن راندمان انتقال گرما از طریق افزایش نسبت هدایت گرمایی و کنترل ویسکوزیته در حد مقادیر قابل مدیریت است. بهینه‌سازی خواص نانو سیالات هیبریدی برای حداکثر کردن مزایای حرارتی و درعین حال حداقل کردن اثرات نامطلوبی مانند افزایش ویسکوزیته یا تجمع ذرات<sup>۳</sup> ضروری است. شبکه‌های عصبی مصنوعی<sup>۴</sup> (ANNs) ابزارهای قدرتمندی برای مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتارهای غیرخطی خواص نانو سیالات بر اساس داده‌های آزمایشگاهی یا شبیه‌سازی شده هستند که امکان تخمین دقیق این خواص را فراهم می‌کنند [۶]. الگوریتم‌های بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه<sup>۵</sup> (MOPSO)، مدل کلاسیک PSO را با بهینه‌سازی هم‌زمان اهداف متضاد همچون بیشینه‌سازی هدایت حرارتی و کمینه‌سازی ویسکوزیته، توسعه می‌دهند و به این ترتیب به جای یافتن یک جواب بهینه منفرد، مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پارتو<sup>۶</sup> را شناسایی می‌کنند [۷]. به کارگیری MOPSO همراه با ANN باعث تسریع همگرایی به سمت فرمولاسیون‌های بهینه نانو سیالات هیبریدی می‌شود. روش‌های سنتی بهینه‌سازی اغلب بر چارچوب‌های تک‌هدفه یا تنظیم پارامترهای ابتکاری<sup>۷</sup> تکیه دارند که ممکن است قادر به درک و مدیریت تعادل<sup>۸</sup> بین چند هدف نبوده و یا در بهینه‌های محلی گرفتار شوند. رویکردهای ترکیبی مانند MOPSO با ارائه قابلیت جستجوی سراسری و مدیریت هم‌زمان بهینه‌سازی چندهدفه این محدودیت‌ها را رفع کرده و آن‌ها را برای مسائل پیچیده مهندسی، مانند بهینه‌سازی خواص نانو سیالات هیبریدی، بسیار مناسب می‌سازد [۸].

زادخواست<sup>۹</sup> و همکاران [۹] توسعه یک همبستگی جدید برای تخمین هدایت حرارتی یک نانو سیال هیبریدی متشکل از نانولوله‌های کربنی چندجداره (MWCNT) و اکسید مس معلق در آب را مورد بررسی قرار دادند. نتایج تجربی این مطالعه افزایش هدایت حرارتی را با افزایش غلظت جامدات (نانوذرات) و دما نشان می‌دهد، به طوری که بیشترین افزایش (۳۰/۳۸ درصد) برای ترکیب معینی از دما (۵۰°C) و غلظت جامد (۰/۶ درصد) مشاهده شده است. یاداو<sup>۱۰</sup> و همکاران [۱۰] خواص رئولوژیکی<sup>۱۱</sup> یک نانو سیال هیبریدی مرکب از MWCNT و آلومینا (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) مخلوط با آب را بررسی کردند. این مطالعه شامل تهیه سه نمونه از این نانو سیال هیبریدی با نسبت وزنی ۲:۱ و انجام آزمایش‌های ویسکوزیته در دماهای مختلف (۳۰، ۵۰ و ۸۰ درجه سانتی‌گراد) و شرایط تنش برشی متغیر بود. یافته‌ها نشان می‌دهد که MWCNT به دلیل سطح بزرگ‌تر، باعث افزایش ویسکوزیته می‌شود،

<sup>1</sup> Multi-walled carbon nanotubes

<sup>2</sup> Yttrium oxide

<sup>3</sup> Agglomeration

<sup>4</sup> Artificial neural networks

<sup>5</sup> Multi-objective particle swarm optimization

<sup>6</sup> Pareto-optimal solutions

<sup>7</sup> Heuristic parameter

<sup>8</sup> Trade-off

<sup>9</sup> Zadkhast

<sup>10</sup> Yadav

<sup>11</sup> Rheological properties

درحالی که آلومینا رفتار چسبندگی<sup>۱</sup> در سیال را کاهش می دهد. نتایج رابطه‌ای بین ویسکوزیته، کسر وزنی و دما را نشان می دهد و رفتار غیرنیوتنی این نانو سیال هیبریدی را تأیید می کند. اخگر<sup>۲</sup> و همکاران [۱۱] توسعه ANNهای مختلف با هدف پیش بینی هدایت حرارتی نانو سیالات هیبریدی MWCNT-TiO<sub>2</sub>/آب-اتیلن گلیکول را مورد بررسی قرار دادند. این مطالعه به استفاده از آنالیز حساسیت در طراحی ساختارهای شبکه و الگوریتم های آموزش تأکید دارد. همچنین روش به کار رفته برای پیش بینی هدایت حرارتی بر اساس تغییرات دما و غلظت را به تفصیل شرح می دهد. مجموعه داده ها به ۷۰ درصد برای آموزش، ۱۵ درصد برای تست و ۱۵ درصد برای اعتبارسنجی تقسیم شد که نشان می دهد بهترین ANN می تواند هدایت حرارتی را دقیق تر از روش های همبستگی سنتی پیش بینی کند. نتایج نشان می دهد پیش بینی های ANN با داده های تجربی به طور نزدیکی همخوانی دارد. رستمی<sup>۳</sup> و همکاران [۱۲] مقاله ای درباره پیش بینی هدایت حرارتی نانو سیال هیبریدی (MWCNT)-CuO/آب با استفاده از ANN ها ارائه کردند. الگوریتمی برای یافتن بهترین ANN با عملکرد پیش بینی بهینه پیشنهاد شد و خطاهای پیش بینی هدایت حرارتی توسط ANN، روش های تجربی و برازش منحنی مقایسه گردیدند. یافته ها نشان می دهد که ANN ها در پیش بینی هدایت حرارتی برتر هستند. گیوا<sup>۴</sup> و همکاران [۱۳] به بررسی تجربی پایداری، ویسکوزیته و هدایت الکتریکی یک نانو سیال هیبریدی پایه آبی متشکل از MWCNT و اکسید آهن (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) با نسبت ۲۰:۸۰ پرداختند. این مطالعه تأثیرات دما و غلظت حجمی بر خواص فیزیکی نانو سیال را تحلیل می کند. از یافته های کلیدی می توان به افزایش قابل توجه ویسکوزیته (تا ۳۵/۷ درصد) و هدایت الکتریکی (تا ۱۶۷۶/۴ درصد) نسبت به سیال پایه اشاره کرد. وهلد<sup>۵</sup> و همکاران [۱۴] به توسعه یک مدل جامع برای پیش بینی هدایت حرارتی نانو سیالات هیبریدی متشکل از نانوذرات های متفاوت مخلوط در یک سیال پایه پرداختند. این مقاله بر اهمیت بهینه سازی شرایط عملیاتی مانند دما و غلظت نانوذرات برای افزایش انتقال حرارت در سیستم های نانو سیال تأکید می کند. این پژوهش نشان می دهد که میانگین خطا در مقایسه با داده های تجربی مستقل حدود ۵/۲۵۹ درصد است که قابلیت اطمینان این مدل را در مقایسه با مدل های قبلی اثبات می کند. همچنین این مقاله مدل های نظری موجود برای پیش بینی هدایت حرارتی را مرور کرده و اثربخشی آن ها را در برابر داده های تجربی بررسی می کند. هاشمپور<sup>۶</sup> و همکاران [۱۵] مطالعه ای درباره ویژگی های حرارتی نانو سیالات هیبریدی پایه آبی حاوی نانوذرات اکسید سریم، CuO و MWCNT ارائه کردند. یافته ها نشان می دهد که هدایت حرارتی با افزایش دما و حجم جامدات (نانوذرات) افزایش می یابد و نانو سیالات هیبریدی به ویژه در حجم های بالاتر جامدات، بهبود عملکرد قابل توجهی را نشان می دهند. این مطالعه از مدل Lu-Lin به دلیل عدم در نظر گرفتن تغییرات دما انتقاد کرده و یک رابطه ریاضی جدید برای پیش بینی هدایت حرارتی بر اساس داده های تجربی پیشنهاد می دهد. مالیکا<sup>۷</sup> و همکاران [۱۶] مطالعه ای درباره یک نانو سیال هیبریدی مبتنی بر MWCNT برای سیال حفاری آب پایه ارائه کردند. این تحقیق بر توسعه و اعتبارسنجی تجربی یک سیال حفاری که شامل نانوذرات MWCNT و Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> است تمرکز دارد. این مطالعه نشان داد که این نانو سیال هیبریدی، هدایت حرارتی سیال حفاری را حدود ۴۱۴ درصد در غلظت ۰/۵ درصد حجمی افزایش داده است.

کلاک<sup>۸</sup> [۱۷] به پیشرفت هایی در فناوری نانو سیالات پرداخت و به طور خاص بر اندازه گیری تجربی هدایت گرمایی برای یک نانو سیال جدید که با ترکیب نانوذرات اکسید ایتروم<sup>۹</sup> در آب خالص ایجاد شده بود، تمرکز کرد. این مطالعه داده های تجربی را ارائه داد که نشان دهنده افزایش ۱/۴۷ درصدی در هدایت گرمایی در مقایسه با سیال پایه در پنج غلظت مختلف و محدوده دمایی ۱۰ تا ۶۵ درجه سانتی گراد بود. آن ها همچنین توسعه یک مدل شبکه عصبی چندلایه و یک همبستگی ریاضی جدید مبتنی بر مجموعه داده ای متشکل از ۶۰ مشاهده تجربی را برجسته کردند که هدف آن پیش بینی هدایت گرمایی با دقت بالا بود. اعتبار

<sup>1</sup> Sticking behavior

<sup>2</sup> Akhgar

<sup>3</sup> Rostami

<sup>4</sup> Giwa

<sup>5</sup> Wohld

<sup>6</sup> Hashempour

<sup>7</sup> Malika

<sup>8</sup> Colak

<sup>9</sup> Yttrium oxide

سنجی مدل و همبستگی ارائه شدند و اثربخشی آن‌ها را در محاسبه هدایت گرمایی نانوسیال اکسید ایتريوم-آب به نمایش گذاشته شد. همت<sup>۱</sup> و همکاران [۱۸] مطالعه‌ای ارائه کردند که یک همبستگی جدید برای برآورد هدایت حرارتی نانو سیالات هیبریدی شامل MWCNT و MgO معرفی می‌کند. این تحقیق تست‌های تجربی را شرح می‌دهد که تغییرات هدایت حرارتی نسبی نانو سیالات هیبریدی را تحت شرایط مختلفی مانند دما و حجم جامدات اندازه‌گیری می‌کند. به‌طور خاص، مطالعه نشان می‌دهد که هدایت حرارتی با افزایش دما و حجم جامدات افزایش می‌یابد و پدیده‌های مرتبطی مانند حرکت براونی<sup>۲</sup> نیز مورد بحث قرار گرفته است. همبستگی پیشنهادی با استفاده از روش سطح پاسخ، بهینه‌سازی شده و دقت زیادی با مقدار R<sup>2</sup> برابر ۰/۹۹۵۱ از خود نشان می‌دهد. عالیخانی<sup>۳</sup> و همکاران [۱۹] ترکیب‌های مختلف نانو سیالات متشکل از آب با CeO<sub>2</sub>، MWCNT و MgO را در دماهای مختلف (از ۲۰ تا ۶۰ درجه سانتی‌گراد) و حجم جامدات متفاوت بررسی کردند. رفتار ویسکوزیته مورد مطالعه قرار گرفته و وابستگی آن به دما و حجم جامدات مورد تأکید قرار گرفت، به‌گونه‌ای که بیشترین افزایش ویسکوزیته مربوط به نانو سیال تک‌جنسی<sup>۴</sup> MWCNT/آب می‌باشد. هم‌چنین یک مدل ریاضی برای پیش‌بینی ویسکوزیته نانو سیال هیبریدی سه‌جزئی ارائه شد که با نتایج تجربی همخوانی بالایی دارد.

معروف‌ترین و شاید تنها مطالعه قبلی بر روی نانوسیالات هیبریدی MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> مربوط به پژوهش آزمایشگاهی الاران و لسوویتس<sup>۵</sup> [۵] است. این پژوهش در زمینه هدایت گرمایی و ویسکوزیته نانوسیالات MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> پایه آبی حاوی سورفکتانت‌ها<sup>۶</sup> انجام شده است. این مطالعه، نتایج امیدوارکننده‌ای در رابطه با کاربردهای انتقال گرما فراهم کرد، و هم‌افزایی میان نانولوله‌های کربنی رسانا و نانوذرات اکسیدی Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> به‌عنوان عامل حیاتی در دستیابی به قابلیت‌های افزایش یافته انتقال گرما برجسته شد. در پژوهش حاضر، مدل‌سازی و بهینه‌سازی دو پارامتر رئولوژیکی و گرمایی یعنی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال هیبریدی پایه آبی MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (با نسبت وزنی نانوذرات ۲۰:۸۰) بر مبنای دو پارامتر ورودی دمای نانوسیال و غلظت حجمی نانوذرات به انجام رسیده است. در این راستا ابتدا این دو خاصیت ترموفیزیکی با استفاده از طراحی و آموزش دو شبکه عصبی مصنوعی پیشخور دو لایه بر مبنای اطلاعات آزمایشگاهی موجود در مرجع ذکر شده [۵] با دقت بسیار بالایی مدل‌سازی می‌شوند. هم‌چنین بهینه‌سازی خواص با استفاده از روش فرا ابتکاری MOPSO با هدف دستیابی به یک دسته نقاط بهینه (که هر یک با در نظر گرفتن درجه اهمیت دلخواه برای هر یک از ویژگی‌ها قابل انتخاب است) صورت گرفته است. بلوک دیاگرام نشان داده شده در شکل ۱ فرآیند کلی مدل‌سازی و بهینه‌سازی انجام شده در این مطالعه را بیان می‌کند. بر اساس جستجوی انجام شده در ادبیات فن که بخشی از آن در بالا ذکر شد، تاکنون مطالعات اندکی در مورد تخمین و بهینه‌سازی چند هدفه تکاملی پارامترهای گرمایی و رئولوژیکی نانوسیالات به‌ویژه نانوسیال مورد مطالعه در این پژوهش به انجام رسیده است.

## ۲- ساختار و مدل‌سازی شبکه عصبی مصنوعی

شبکه عصبی مصنوعی مورد استفاده در این تحقیق از نوع پیشخور است. شبکه عصبی مصنوعی پیشخور یکی از دو نوع گسترده شبکه عصبی مصنوعی است که با جهت جریان یک طرفه اطلاعات بین لایه‌های آن مشخص می‌شود. برخلاف شبکه‌های عصبی بازگشتی، در این نوع شبکه، اطلاعات ورودی مدل از گره‌های لایه ورودی به گره‌های لایه‌های پنهان (در صورت وجود) و سپس به گره‌های لایه خروجی، بدون ایجاد هیچ چرخه یا حلقه‌ای جریان می‌یابد. شبکه‌های پیشخور مدرن با استفاده از روش پس انتشار خطا، آموزش داده می‌شوند [۲۰].

<sup>1</sup> Hemmat

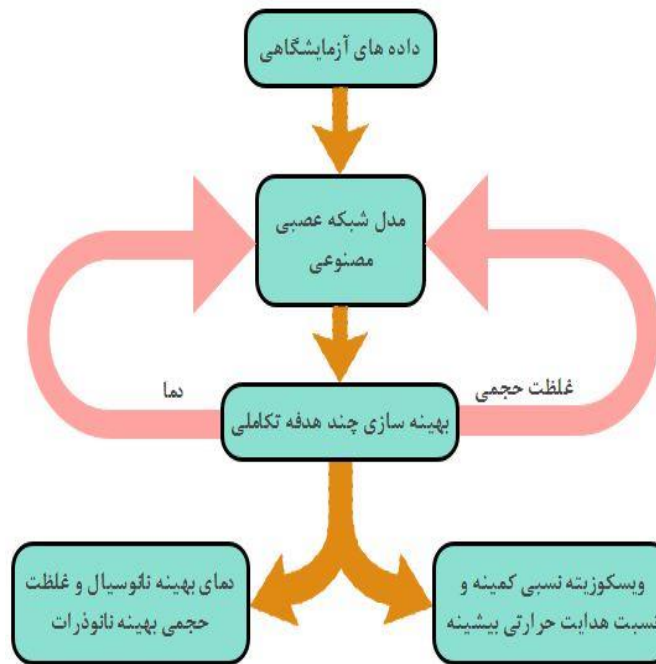
<sup>2</sup> Brownian motion

<sup>3</sup> Aalikhani

<sup>4</sup> mono-nanofluid

<sup>5</sup> Al-Oran and Lezsovits

<sup>6</sup> Surfactants



شکل ۱ بلوک دیاگرام کلی مدل سازی شبکه عصبی و بهینه سازی تکاملی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال هیبریدی پایه آبی  $MWCNT-Y_2O_3$

برای ارائه مدل های تخمین ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال هیبریدی پایه آبی  $MWCNT-Y_2O_3$ ، دو شبکه عصبی مصنوعی پیشخور دو لایه، با دو نورون در لایه پنهان در شبکه پیشگوی ویسکوزیته نسبی نانوسیال و پنج نورون در لایه پنهان در شبکه پیشگوی نسبت هدایت گرمایی نانوسیال، با استفاده از نرم افزار MATLAB پیکربندی و آماده تغذیه و آموزش شده اند. این شبکه ها (شکل ۲) در واقع وظیفه پیدا کردن رابطه ای بین دسته ویژگی های ورودی (دمای نانوسیال و غلظت حجمی نانوذرات) و کمیت خروجی (ویسکوزیته نسبی یا نسبت هدایت گرمایی نانوسیال) را دارند. در این پژوهش، متناظر با هر یک از کمیت های خروجی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال، ۶۰ درصد داده ها برای آموزش، ۲۰ درصد برای اعتبار سنجی و ۲۰ درصد باقیمانده نیز برای آزمون شبکه متناظر استفاده شده است. همچنین، از الگوریتم بهینه سازی لوونبرگ-مارکوارت<sup>۱</sup> برای آموزش شبکه به روش پس انتشار خطا و در واقع برای به روز رسانی پارامترهای وزن و بایاس<sup>۲</sup> و از تابع خطای میانگین مربعات<sup>۳</sup> بین خروجی شبکه و مقادیر هدف به عنوان شاخص عملکرد<sup>۴</sup> مطابق رابطه (۱) استفاده شده است.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (1)$$

که در این رابطه  $n$  تعداد داده های آزمایشگاهی،  $Y_i$  مقدار خروجی واقعی و  $\hat{Y}_i$  مقدار خروجی پیش بینی شده توسط ANN متناظر با داده  $i$  ام هستند.

الگوریتم بهینه سازی لوونبرگ-مارکوارت به منظور تنظیم دقیق پارامترهای مدل شامل وزن ها و بایاس ها در طول فرآیند آموزش شبکه استفاده می شود. این الگوریتم به طور خاص برای کار با توابع زیان<sup>۵</sup> تعریف شده بر اساس مجموع مربعات خطا طراحی شده است و بدون محاسبه دقیق ماتریس هسین<sup>۶</sup> عمل می کند. به جای آن، از بردار گرادیان به همراه ماتریس جاکوبین

<sup>1</sup> Levenberg-Marquardt

<sup>2</sup> Bias

<sup>3</sup> MSE

<sup>4</sup> Performance Index

<sup>5</sup> Loss Functions

<sup>6</sup> Hessian Matrix

( $J$ ) استفاده می‌کند. تابع زیان ( $f$ ) به فرم مجموع مربعات خطا ( $e$ ) به صورت رابطه (۲) در نظر گرفته می‌شود:

$$f = \sum_{i=1}^m e_i^2 \quad (2)$$

که در آن  $m$  تعداد نمونه‌های آموزش است. ماتریس جاکوبین تابع زیان می‌تواند به‌عنوان ماتریسی تعریف شود که مشتقات خطاها نسبت به وزن‌های شبکه را مطابق رابطه (۳) در بر دارد:

$$J_{i,j} = \frac{\partial e_i}{\partial w_j} \quad (3)$$

For  $i = 1, \dots, m$  and  $j = 1, \dots, p$ .

که در آن  $p$  تعداد پارامترها در شبکه عصبی است. بردار گرادیان تابع زیان را می‌توان با استفاده از رابطه (۴) محاسبه کرد:

$$\nabla f = 2J^T \cdot e \quad (4)$$

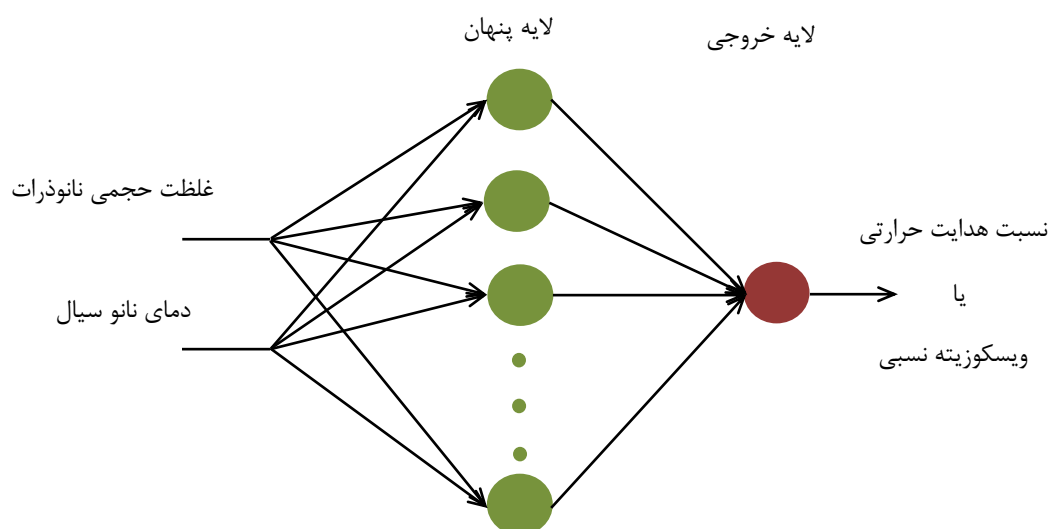
که در آن  $e$  بردار تمامی عبارات خطا است. در نهایت، ماتریس هسین ( $H$ ) می‌تواند با استفاده از رابطه (۵) تقریب زده شود:

$$H \approx 2J^T \cdot J + \lambda I \quad (5)$$

که در آن  $\lambda$  یک عامل میرایی است که مثبت بودن ماتریس هسین را تضمین می‌کند و  $I$  نمایانگر ماتریس همانی است. فرآیند بهبود پارامترها می‌تواند با استفاده از الگوریتم لوونبرگ-مارکوارت به صورت رابطه (۶) تعریف شود:

$$w^{(i+1)} = w^{(i)} - (J^{(i)T} \cdot J^{(i)} + \lambda^{(i)} I)^{-1} \cdot (2J^{(i)T} \cdot e^{(i)}) \quad (6)$$

در راستای کمک به عملکرد بهتر شبکه، پیش از پردازش اطلاعات، کلیه مقادیر ورودی و خروجی جمع‌آوری شده از آزمایش‌ها در بازه صفر تا ۱ نرمالیزه شده‌اند. توابع تبدیل در لایه‌های پنهان و خروجی نیز به ترتیب Tangent Sigmoid و Linear در نظر گرفته شده‌اند. همچنین شرط توقف آموزش، رسیدن تعداد دفعات شکست عملکرد اعتبارسنجی<sup>۱</sup> به عدد ۱۰ است.



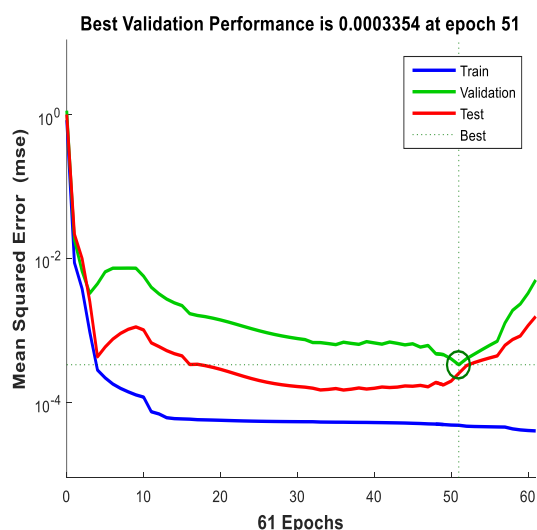
شکل ۲ معماری شبکه عصبی پس انتشار دو لایه برای پیش‌بینی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت حرارتی

یکی از مهم‌ترین شاخص‌هایی که وضعیت روند آموزش ANN را بیان می‌کند، نمودار عملکرد شبکه است که تغییرات MSE

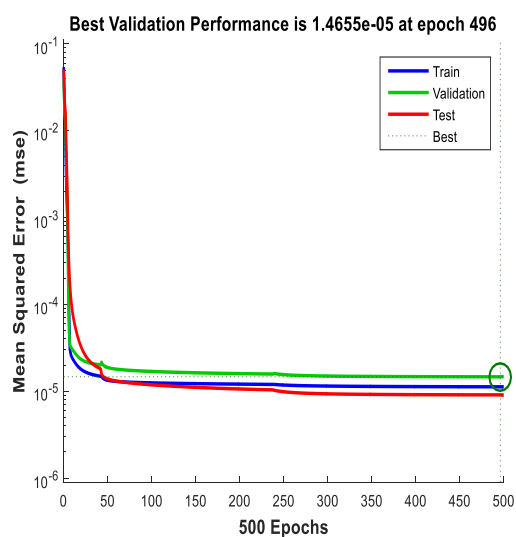
<sup>1</sup> Validation Performance

در طی مراحل آموزش شبکه را نشان می‌دهد. این نمودار برای شبکه‌های تخمین ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال در شکل ۳ ارائه شده است. روند مطلوب کاهشی مقدار شاخص عملکرد MSE برای هر دسته از داده‌های مربوط به آموزش، اعتبارسنجی و آزمون شبکه در هر یک از شکل‌ها مشهود است. همچنین، بهترین مقدار به‌دست‌آمده برای شاخص عملکرد متناظر با داده‌های اعتبارسنجی در طی مراحل آموزش با یک دایره سبز رنگ در هر یک شکل‌ها مشخص شده است. بهترین عملکرد اعتبارسنجی به‌دست‌آمده برای ANN های تخمین گر ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال به ترتیب  $10^{-5} \times 1/4655$  در تکرار ۴۹۶ و  $10^{-4} \times 3/354$  در تکرار ۵۱ است. همچنین کمترین MSE مربوط به کل داده‌ها برای ANN با خروجی ویسکوزیته نسبی  $10^{-5} \times 1/1493$  و برای ANN با خروجی نسبت هدایت گرمایی  $10^{-4} \times 1/4718$  حاصل شده است.

شاخص دیگر برای تعیین وضعیت آموزش ANN، نمودارهای رگرسیون و ضریب همبستگی بین خروجی شبکه و مقادیر هدف است که برای هر یک از شبکه‌های آموزش دیده متناظر با خروجی‌های ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ ارائه شده‌اند. هر یک از این شکل‌ها بیانگر مقادیر خروجی به‌دست‌آمده از شبکه متناظر برای هر دسته از داده‌های آموزش، اعتبارسنجی و آزمون (محور قائم) در مقابل مقادیر واقعی نظیر آن‌ها (محور افقی) است. بدیهی است در یک شبکه آموزش یافته، حالت ایده‌آل هنگامی رخ می‌دهد که مقادیر خروجی شبکه و مقادیر هدف برای همه داده‌ها کاملاً یکسان باشند که این به معنای دستیابی به مقدار صفر برای شاخص عملکرد MSE است. بنابراین برای یک شبکه ایده‌آل مقدار ضریب همبستگی (R) برابر با ۱، مقدار شیب خط برازش برابر با ۱ و مقدار عرض از مبدأ (bias) خط برازش برابر صفر می‌باشد. با توجه به مقادیر شاخص‌های مندرج بر روی هر یک از شکل‌های ۴ و ۵ می‌توان دریافت که مقادیر خروجی هر یک از ANN ها برای هر دسته از داده‌ها دارای دقت قابل قبولی بوده و به میزان کافی به مقادیر هدف نزدیک هستند. مقدار ضریب همبستگی برای هر یک از دسته داده‌های آموزش، اعتبارسنجی و آزمون و نیز کل داده‌ها برای ANN متناظر با خروجی ویسکوزیته نسبی (مطابق شکل ۴) به ترتیب  $0/99995$ ،  $0/99983$ ،  $0/99995$  و  $0/99993$  و برای ANN متناظر با خروجی نسبت هدایت گرمایی (مطابق با شکل ۵) به ترتیب  $0/99969$ ،  $0/99878$ ،  $0/99976$ ،  $0/99902$  حاصل شده است که همگی آن‌ها به مقدار ایده‌آل ۱ بسیار نزدیک هستند. این بدان معناست که مدل‌های شبکه عصبی طراحی شده با دقت بسیار زیادی می‌توانند ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال حاوی غلظت‌های حجمی متفاوت نانوذرات (در بازه تغییرات مجاز) مورد مطالعه در این تحقیق را در دماهای مختلف (در بازه تغییرات مجاز) تخمین بزنند.

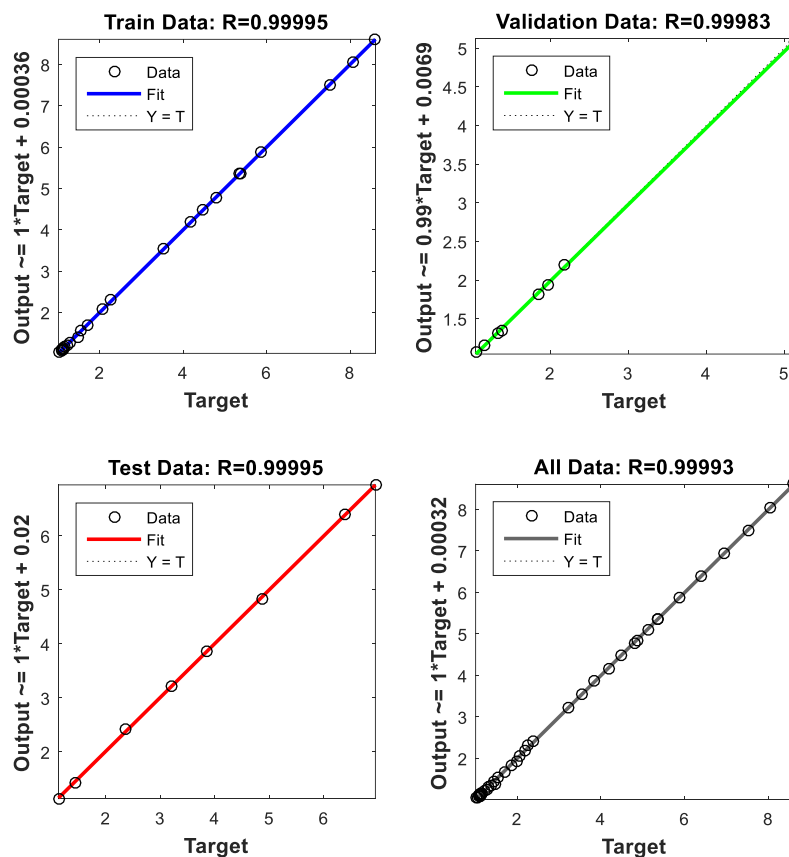


(ب)

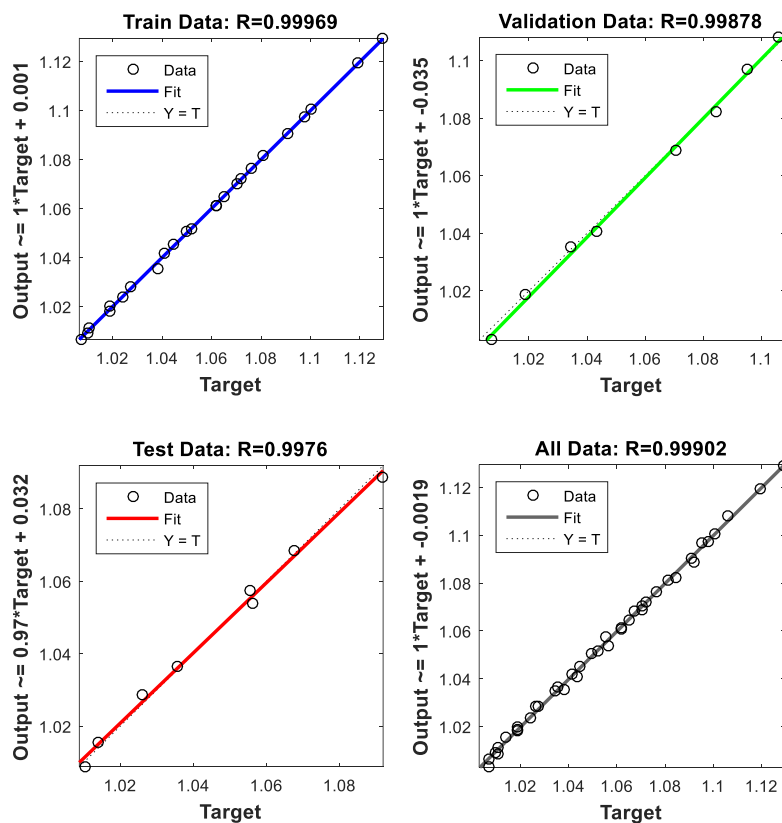


(الف)

شکل ۳ نمودار عملکرد ANN در طی مراحل بهینه‌سازی شاخص MSE متناظر هر دسته از داده‌های آموزش، اعتبارسنجی و آزمون تخمین ویسکوزیته نسبی (الف) و نسبت هدایت گرمایی (ب) نانوسیال



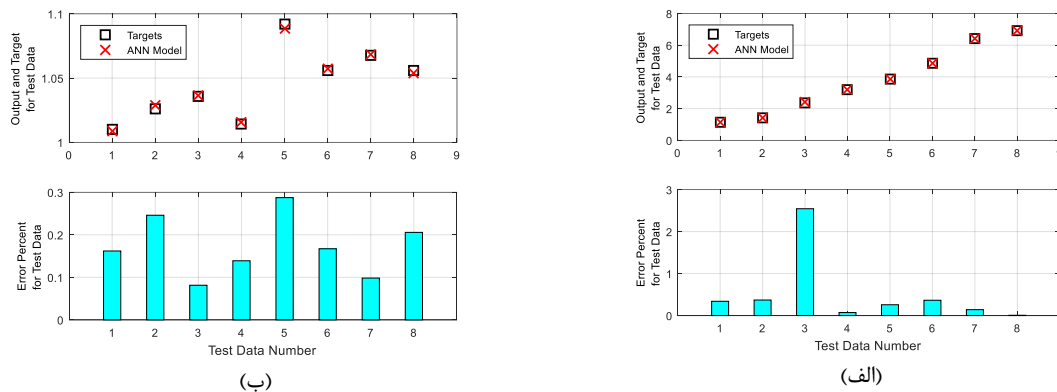
شکل ۴ نمودار رگرسیون ANN متناظر با خروجی ویسکوزیته نسبی نانوسیال برای هر دسته از داده‌های آموزش، اعتبارسنجی و آزمون



شکل ۵ نمودار رگرسیون ANN متناظر با خروجی نسبت هدایت گرمایی نانوسیال برای هر دسته از داده‌های آموزش، اعتبارسنجی و آزمون

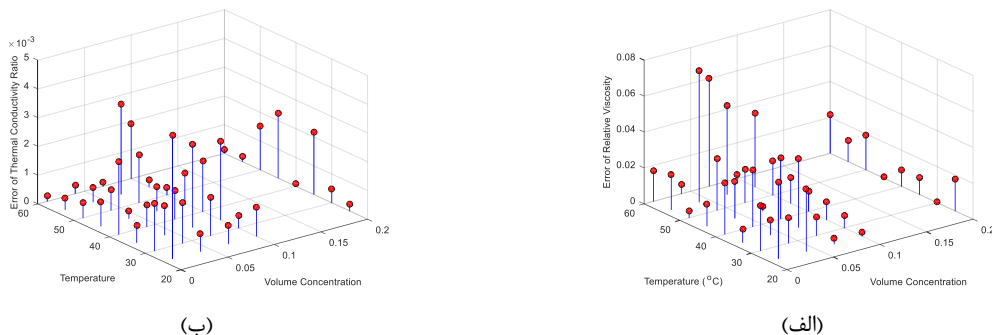
نمودارهای انطباقی<sup>۱</sup> و درصد خطای نسبی (نسبت اختلاف مقدار واقعی و خروجی شبکه به مقدار واقعی) شبکه آموزش دیده متناظر با هر یک از خروجی‌های ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال برای داده‌های آزمون در شکل ۶ آورده شده‌اند. تطابق بسیار خوب بین مقادیر واقعی و خروجی ANN ها و به دنبال آن مقادیر قابل اغماض به دست آمده برای درصد خطاهای نسبی متناظر، نشان دهنده عملکرد مطلوب شبکه‌ها در پیش‌بینی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال مورد مطالعه در این پژوهش است.

بیشینه درصد خطای نسبی مربوط به داده‌های آزمون شبکه در خصوص هر یک از ANN های تخمین گر ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال به ترتیب ۲/۵۴۵۰، ۰/۲۸۷۴ و هم‌چنین میانگین درصد خطای نسبی این داده‌ها به ترتیب ۰/۱۷۳۳، ۰/۵۱۲۰ به دست آمده است که بیانگر دقت بالای شبکه‌های طراحی شده و آموزش دیده در تخمین ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال به ازای مقدار دلخواه غلظت حجمی نانوذرات بکار رفته در سیال پایه و در دمای مورد نظر است.



شکل ۶ نمودارهای انطباقی و درصد خطای مقادیر واقعی ویسکوزیته نسبی (الف) و نسبت هدایت گرمایی (ب) در مقایسه با خروجی‌های ANN های متناظر، برای داده‌های آزمون

هم‌چنین نقاط مشخص شده در نمودارهای ارائه شده در شکل ۷ بیانگر قدرمطلق خطای بین خروجی مدل‌های آموزش دیده شبکه عصبی با مقادیر واقعی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی برای کلیه داده‌های آزمایشگاهی موجود در این تحقیق هستند که برحسب دمای نانوسیال و غلظت حجمی نانوذرات در سیال پایه ترسیم شده‌اند. کمترین، بیشترین و میانگین قدرمطلق خطای تخمین ویسکوزیته نسبی به ترتیب  $10^{-4} \times 3/5519$ ،  $0/0729$  و  $0/0196$  به دست آمده‌اند. همچنین کمترین، بیشترین و میانگین قدرمطلق خطای تخمین نسبت هدایت گرمایی به ترتیب  $10^{-5} \times 9/3657$ ،  $0/0043$  و  $0/0011$  تعیین شده‌اند. مقدار ناچیز خطای تخمین ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانو سیال گویای دقت بالای مدل‌های آموزش دیده ANN جهت پیش‌بینی این دو ویژگی نانوسیال مورد مطالعه است.



شکل ۷ مقادیر قدرمطلق خطای تخمین ویسکوزیته نسبی (الف) و نسبت هدایت گرمایی (ب) برحسب دمای نانوسیال و غلظت حجمی نانوذرات در سیال پایه برای همه داده‌های آزمایشگاهی

<sup>1</sup> Fitting Charts

### ۳- بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات

در ادامه این تحقیق قصد داریم بر پایه مدل ANN طراحی شده و آموزش دیده، به حل یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه به‌منظور دستیابی به کمترین مقدار ویسکوزیته نسبی و بیشترین مقدار نسبت هدایت گرمایی نانوسیال مورد مطالعه با استفاده از روش فرا ابتکاری بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO<sup>۱</sup>) بپردازیم. MOPSO از جمله روش‌های مستقیم حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه است که برخلاف روش‌های سنتی مبتنی بر تبدیل مسئله به یک مسئله بهینه‌سازی تک هدفه، سریع‌تر بوده و قادر به دستیابی به مجموعه‌ای از پاسخ‌ها می‌باشند و در واقع این امکان تصمیم‌گیری را به کاربر می‌دهند که بر اساس اولویت‌بندی توابع هدف مورد نظر، پاسخ بهینه مناسب را انتخاب کند.

MOPSO توسط کوالو<sup>۲</sup> و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۰۴ پیشنهاد شد. این الگوریتم نسخه چندهدفه‌ای از PSO است که تکنیک پوشش پارتو<sup>۳</sup> و ایجاد شبکه را مشابه الگوریتم انتخاب مبتنی بر پوشش پارتو (MOPSO<sup>۴</sup>)، برای مدیریت مسائل بهینه‌سازی چندهدفه به کار می‌گیرد. درست مانند PSO، ذرات در MOPSO اطلاعات را به اشتراک می‌گذارند و به سمت بهترین ذرات ناحیه‌ای و حافظه شخصی (محلی) خود حرکت می‌کنند. با این حال برخلاف PSO، بیش از یک معیار برای تعیین بهترین حالت (ناحیه‌ای یا محلی<sup>۵</sup>) وجود دارد. تمام ذرات غیرغالب<sup>۶</sup> در دسته اصلی، در زیرده‌ای به نام مخزن<sup>۷</sup> جمع‌آوری می‌شوند و هر ذره بهترین هدف ناحیه‌ای خود را از میان اعضای این مخزن انتخاب می‌کند. برای تعیین بهترین ذره شخصی (محلی)، از قواعد احتمالاتی و مبتنی بر سلطه<sup>۸</sup> استفاده می‌شود [۲۲].

فلوچارت الگوریتم MOPSO در حالت کلی در شکل ۸ نمایش داده شده است. در این پژوهش توابع هدف متضاد شامل ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال بوده و متغیرهای بهینه‌سازی شامل دمای نانوسیال و غلظت حجمی نانوذرات بکار رفته در سیال پایه است. مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای تنظیمی الگوریتم بهینه‌سازی MOPSO با به‌کارگیری رهیافت ضرب‌های انقباضی کلرک و کندی<sup>۹</sup> (ضریب اینرسی، ضریب آموزش فردی، و ضریب آموزش کلی) در جدول ۱ ارائه شده است [۲۳]. هم‌چنین کد مورد استفاده جهت پیاده‌سازی الگوریتم در نرم‌افزار MATLAB نوشته شده است [۲۴]. جهت مشاهده چگونگی رابطه بین مقادیر توابع هدف در نقاط بهینه پارتو و پراکندگی این نقاط در فضای هدف، جبهه پارتو<sup>۱۰</sup> حاصل از بهینه‌سازی در شکل ۹ ارائه شده است. هم‌چنین مقادیر توابع هدف (ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانو سیال) متناظر با نقاط بهینه پارتو به‌دست‌آمده در پایان فرآیند بهینه‌سازی و نیز مقادیر متغیرهای مسئله (دمای نانوسیال و غلظت حجمی نانوذرات) متناظر آن‌ها در جدول ۲ آورده شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، مقادیر بهینه غلظت حجمی نظیر نقاط پارتو در بازه تغییرات ۰/۰۲۶۹ تا ۰/۱۰۹۷ درصد پراکنده شده‌اند، در حالی که دمای بهینه نظیر همگی این نقاط تقریباً معادل ۶۰°C یعنی حد بالایی دامنه تغییرات دمای نانوسیال، حاصل شده است. بعلاوه، بازه تغییرات ویسکوزیته نسبی کمینه بین ۱/۲۷۲۰ تا ۶/۹۶۹۸ (کمترین و بیشترین مقادیر آزمایشگاهی به‌دست‌آمده برای ویسکوزیته نسبی نانو سیال به ترتیب برابر ۱/۰۰۷۱۶ و ۷/۵۰۸۸۳ بوده است) و بازه تغییرات نسبت هدایت گرمایی بیشینه بین ۱/۰۸۰۹ تا ۱/۱۱۰۴ (کمترین و بیشترین مقادیر آزمایشگاهی به‌دست‌آمده برای نسبت هدایت حرارتی نانو سیال به ترتیب برابر ۱/۰۰۷۰۷ و ۱/۱۰۰۴۴ بوده است) به‌دست‌آمده است. به‌طور کلی، انتخاب نقطه بهینه مطلوب از بین این نقاط به تصمیم کاربر در اولویت‌بندی و در نظر گرفتن درجه اهمیت برای هر یک از توابع هدف ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال وابسته است. واضح است بر اساس نتایج به‌دست‌آمده، در بین نقاط بهینه پارتو، افزایش هر چه بیشتر نسبت هدایت گرمایی با افزایش بیشتر ویسکوزیته نسبی و کاهش هر چه بیشتر نسبت هدایت گرمایی با کاهش بیشتر ویسکوزیته نسبی همراه است (چنین رفتاری همواره در بین نقاط پارتو با

<sup>1</sup> Multi-Objective Particle Swarm Optimization

<sup>2</sup> Coello

<sup>3</sup> Pareto Envelope

<sup>4</sup> Pareto Envelope-based Selection Algorithm

<sup>5</sup> global or local

<sup>6</sup> non-dominated particles

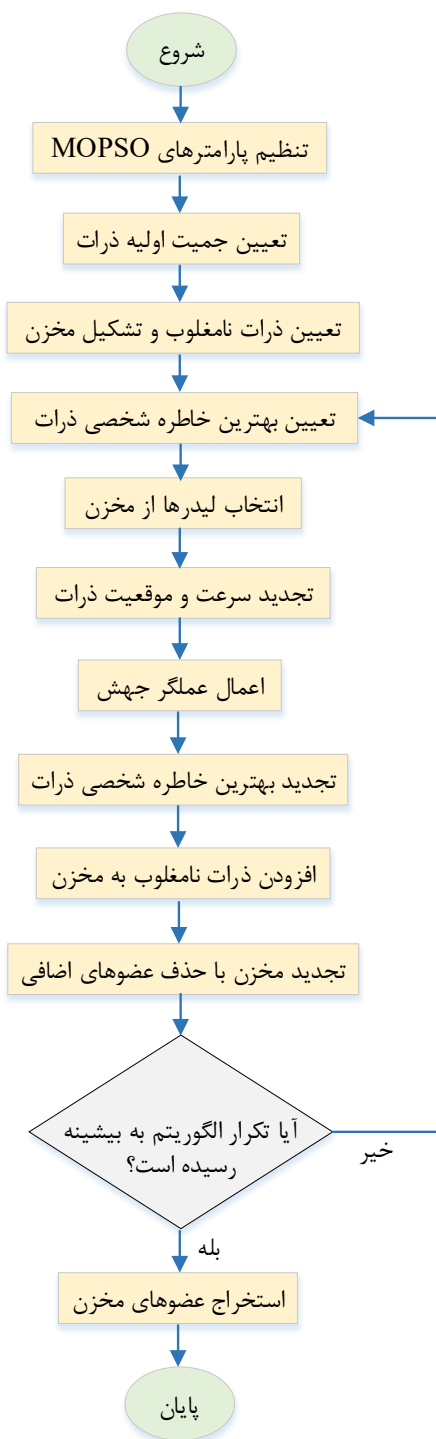
<sup>7</sup> Repository

<sup>8</sup> domination based and probabilistic rules

<sup>9</sup> Clerc and Kennedy's constriction coefficients

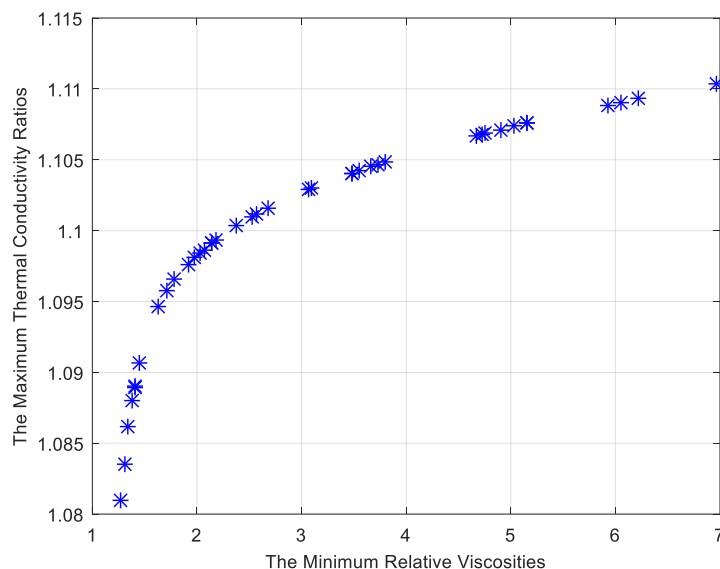
<sup>10</sup> Pareto Front

توجه به تعریف مفهوم غلبه<sup>۱</sup> و این که هیچ یک از نقاط پارتو بر دیگری غلبه نمی کند قابل انتظار است. لازم به توضیح است چنانچه بازه تغییرات محدودتری برای هر یک از پارامترهای ورودی دمای نانو سیال و غلظت حجمی نانوذرات (با توجه به شرایط کاری) مورد نظر باشد، امکان تکرار فرایند بهینه سازی به طور مشابه و با اعمال محدودیت ها بر روی متغیرها وجود دارد.



شکل ۸ دیاگرام فلوچارت کلی الگوریتم MOPSO

<sup>1</sup> Dominance



شکل ۹ مرز نقاط پارتو حاصل از بهینه‌سازی ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانو سیال با استفاده از الگوریتم MOPSO

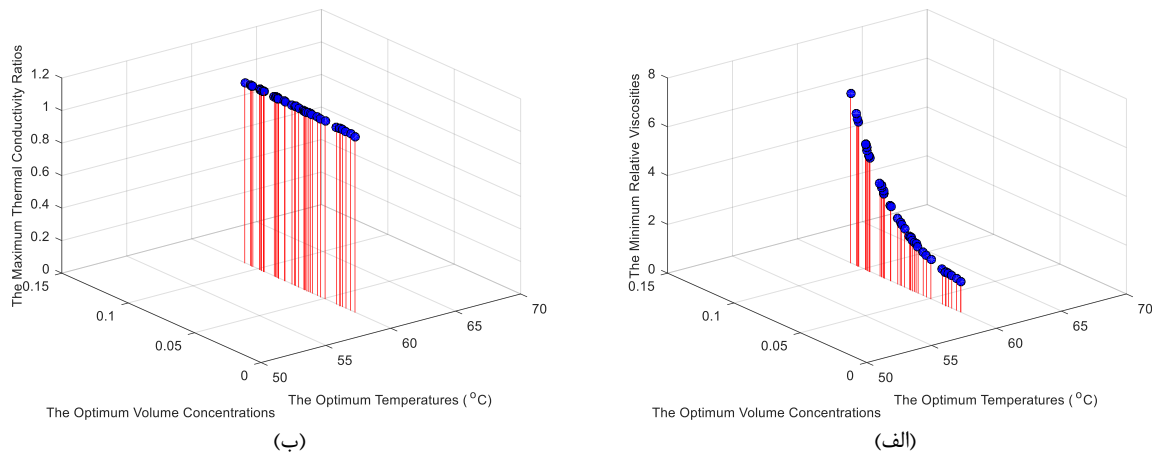
جدول ۱ مقادیر پارامترهای تنظیمی الگوریتم بهینه‌سازی MOPSO

مقدار	پارامتر
۲۰۰۰	دفعات تکرار الگوریتم
۱۰۰	جمعیت ذرات
۴۰	جمعیت اعضای مخزن
۰/۷۲۹۸	ضریب اینرسی
۰/۹۹	نرخ استهلاک ضریب اینرسی
۱/۴۹۶۲	ضریب آموزش فردی
۱/۴۹۶۲	ضریب آموزش کلی
۵	تعداد شبکه در هر بُعد
۰/۱	نرخ تورم
۰/۵	فشار انتخاب لیدر
۰/۵	فشار انتخاب حذف
۰/۱	نرخ جهش

هم‌چنین در شکل ۱۰، نمودارهای تغییرات مقادیر حداقل ویسکوزیته نسبی و حداکثر نسبت هدایت گرمایی برحسب مقادیر بهینه دمای نانو سیال و غلظت حجمی نانوذرات، نظیر نقاط بهینه پارتو به‌دست‌آمده، ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار حداقل ویسکوزیته نسبی با افزایش غلظت حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد درحالی‌که مقدار حداکثر نسبت هدایت گرمایی روند معین تغییرات محسوسی را از خود نشان نمی‌دهد. از این‌رو همان‌طور که از جدول ۲ نیز قابل استناد است، پایین‌ترین مقدار حداقل ویسکوزیته نسبی نانوسیال نظیر نقطه بهینه با کمترین مقدار غلظت حجمی نانوذرات است. هم‌چنین دمای بهینه نظیر همگی نقاط بهینه، معادل ۶۰ درجه سانتی‌گراد تعیین شده است.

جدول ۲ مقادیر بهینه دما و غلظت حجمی متناظر با نقاط پارتو به دست آمده برای کمترین ویسکوزیته نسبی و بیشترین نسبت هدایت گرمایی  
گرمایی نانوسیال هیبریدی پایه آبی  $MWCNT-Y_2O_3$

شماره نقطه بهینه	دمای بهینه (°C)	غلظت حجمی بهینه	حداقل ویسکوزیته نسبی	حداکثر نسبت هدایت گرمایی
۱	۶۰	۰/۱۰۳۶	۵/۹۳۲۴	۱/۱۰۸۹
۲	۶۰	۰/۰۵۲۵	۱/۷۰۹۰	۱/۰۹۵۷
۳	۶۰	۰/۰۶۲۷	۲/۰۶۵۹	۱/۰۹۸۶
۴	۶۰	۰/۰۳۳۶	۱/۳۴۴۷	۱/۰۸۶۲
۵	۶۰	۰/۰۸۶۱	۳/۶۲۶۷	۱/۱۰۴۵
۶	۶۰	۰/۰۳۰۲	۱/۳۰۴۷	۱/۰۸۳۵
۷	۶۰	۰/۰۸۴۳	۳/۴۸۳۸	۱/۱۰۴۱
۸	۶۰	۰/۰۹۵۰	۴/۶۷۱۰	۱/۱۰۶۷
۹	۶۰	۰/۰۴۰۵	۱/۴۴۵۲	۱/۰۹۰۷
۱۰	۶۰	۰/۰۹۷۶	۵/۰۳۲۴	۱/۱۰۷۴
۱۱	۶۰	۰/۰۲۶۹	۱/۲۷۲۰	۱/۰۸۰۹
۱۲	۶۰	۰/۰۳۶۲	۱/۳۷۸۱	۱/۰۸۸۰
۱۳	۶۰	۰/۱۰۵۴	۶/۲۲۲۹	۱/۱۰۹۳
۱۴	۶۰	۰/۱۰۴۴	۶/۰۵۱۴	۱/۱۰۹۰
۱۵	۶۰	۰/۰۶۰۵	۱/۹۷۷۸	۱/۰۹۸۱
۱۶	۶۰	۰/۰۳۷۸	۱/۴۰۱۰	۱/۰۸۹۰
۱۷	۶۰	۰/۰۹۵۶	۴/۷۵۱۵	۱/۱۰۶۸
۱۸	۶۰	۰/۰۶۵۲	۲/۱۷۹۰	۱/۰۹۹۳
۱۹	۶۰	۰/۰۶۱۷	۲/۰۲۴۵	۱/۰۹۸۴
۲۰	۶۰	۰/۱۰۹۷	۶/۹۶۹۸	۱/۱۱۰۴
۲۱	۶۰	۰/۰۷۴۲	۲/۶۸۲۴	۱/۱۰۱۶
۲۲	۶۰	۰/۰۸۴۲	۳/۴۷۵۸	۱/۱۰۴۰
۲۳	۶۰	۰/۰۹۸۵	۵/۱۵۱۶	۱/۱۰۷۶
۲۴	۶۰	۰/۰۵۵۱	۱/۷۸۶۰	۱/۰۹۶۶
۲۵	۶۰	۰/۰۹۸۵	۵/۱۵۷۲	۱/۱۰۷۶
۲۶	۶۰	۰/۰۶۴۵	۲/۱۴۴۹	۱/۰۹۹۱
۲۷	۶۰	۰/۰۹۵۴	۴/۷۲۸۷	۱/۱۰۶۸
۲۸	۶۰	۰/۰۳۷۸	۱/۴۰۱۳	۱/۰۸۹۰
۲۹	۶۰	۰/۰۸۵۰	۳/۵۵۰۱	۱/۱۰۴۲
۳۰	۶۰	۰/۰۷۲۴	۲/۵۶۷۴	۱/۱۰۱۱
۳۱	۶۰	۰/۰۸۶۷	۳/۷۲۴۲	۱/۱۰۴۷
۳۲	۶۰	۰/۰۶۹۱	۲/۳۷۸۳	۱/۱۰۰۳
۳۳	۶۰	۰/۰۷۹۸	۳/۰۹۵۷	۱/۱۰۳۰
۳۴	۶۰	۰/۰۷۹۵	۳/۰۶۸۰	۱/۱۰۲۹
۳۵	۶۰	۰/۰۹۶۸	۴/۹۰۸۵	۱/۱۰۷۱
۳۶	۶۰	۰/۰۸۷۵	۳/۸۰۲۳	۱/۱۰۴۹
۳۷	۶۰	۰/۰۵۸۸	۱/۹۱۳۶	۱/۰۹۷۶
۳۸	۶۰	۰/۰۴۹۴	۱/۶۲۶۸	۱/۰۹۴۷
۳۹	۶۰	۰/۰۷۱۶	۲/۵۲۲۲	۱/۱۰۱۰
۴۰	۶۰	۰/۰۶۴۴	۲/۱۴۰۳	۱/۰۹۹۱



شکل ۱۰ نمودارهای مقادیر بهینه توابع هدف ویسکوزیته نسبی (الف) و نسبت هدایت گرمایی (ب) نانوسیال در مقابل مقادیر بهینه ورودی برای نقاط پارو متناظر به دست‌آمده از الگوریتم MOPSO

#### ۴- نتیجه‌گیری

هدف از این پژوهش، ایجاد یک مدل دقیق برای پیش‌بینی نسبت هدایت گرمایی و ویسکوزیته نسبی نانوسیال هیبریدی پایه آبی MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> با تمرکز بر روی غلظت‌های معینی از نانوذرات و دماهای مشخص نانوسیال بود. برای حاصل شدن این هدف، شبکه‌های عصبی پیش‌خور دو لایه طراحی و آموزش داده شدند. همچنین باهدف حداقل کردن ویسکوزیته نسبی و حداکثر کردن نسبت هدایت گرمایی، شبکه‌های عصبی مصنوعی برای شناسایی مقادیر بهینه غلظت نانوذرات و دماهای سیال مورد استفاده قرار گرفتند. این مقادیر بهینه با استفاده از الگوریتم MOPSO تعیین شدند.

انتخاب هر یک از نقاط بهینه به دست‌آمده جهت پیاده‌سازی و به‌کارگیری در محیط‌های صنعتی منوط به تصمیم‌کاربر منطبق بر نیاز صنعتی موردنظر خواهد بود. نتایج کلی به دست‌آمده از این تحقیق در قالب موارد زیر قابل‌بیان هستند:

(۱) ANN به‌طور مؤثری مقدار ویسکوزیته نسبی نانوذرات را تخمین می‌زند و در تکرار ۴۹۶ به عملکرد بهینه در اعتبارسنجی با خطای میانگین مربعات (MSE) برابر با  $1/4655 \times 10^{-5}$  دست می‌یابد. همچنین کمترین مقدار خطای کل MSE برابر با  $1/1493 \times 10^{-1}$  است که نشان‌دهنده دقت بالا و پیش‌بینی‌های قابل‌اطمینان با خطای حداقل می‌باشد.

(۲) ANN دقت پیش‌بینی بالایی در تخمین نسبت هدایت گرمایی نانوذرات را نشان می‌دهد و در تکرار ۵۱ به بهترین عملکرد در اعتبارسنجی با MSE برابر با  $3/354 \times 10^{-4}$  دست یافته است. همچنین کمترین مقدار خطای کل MSE برابر با  $1/4718 \times 10^{-1}$  می‌باشد که نشان‌دهنده عملکرد قوی شبکه است.

(۳) ANN که مقدار ویسکوزیته نسبی نانوذرات را پیش‌بینی می‌کند، بیشترین دقت را با ضرایب همبستگی به شرح زیر به دست می‌آورد: (آموزش)،  $0/99995$ ، (اعتبارسنجی)،  $0/99983$ ، (آزمون)،  $0/99995$  و  $0/99993$  (کل)، که نشان‌دهنده تطابق بسیار خوب بین مقادیر پیش‌بینی‌شده و واقعی است.

(۴) ANN که نسبت هدایت گرمایی نانوذرات را پیش‌بینی می‌کند، دقت بالایی با ضرایب همبستگی به شرح زیر دارد: (آموزش)،  $0/99969$ ، (اعتبارسنجی)،  $0/99878$ ، (آزمون)،  $0/99760$  و  $0/99902$  (کل)، که نشان‌دهنده تطابق بسیار خوب بین مقادیر پیش‌بینی‌شده و واقعی است.

(۵) نمودارهای انطباقی ANN که مقدار ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوذرات را پیش‌بینی می‌کنند، همبستگی قوی بین مقادیر پیش‌بینی‌شده و واقعی برای داده‌های آزمون را با درصد خطای نسبی پایین نشان می‌دهند و مؤثر بودن مدل‌ها و عملکرد بهینه آن‌ها را برای پیش‌بینی دقیق این دو پارامتر مهم تأیید می‌کنند.

(۶) ANN دقت خوبی در تخمین مقدار ویسکوزیته نسبی در شرایط آزمایشی مختلف را نشان می‌دهد. مقادیر ثبت شده خطای حداقل، حداکثر و متوسط به ترتیب برابر با  $10^{-4} \times 3/5519$ ،  $0/0729$  و  $0/0196$  بوده که نشان‌دهنده قابلیت اطمینان و دقت آن در تخمین ویسکوزیته نسبی نانوسیال در کاربردهای عملی است.

(۷) ANN برای نسبت هدایت گرمایی خطاهای حداقل، حداکثر و متوسط را به ترتیب  $10^{-5} \times 9/3657$ ،  $0/0043$  و  $0/0011$  گزارش می‌دهد که نشان‌دهنده دقت بالا و قابلیت اطمینان است.

(۸) مدل ANN پیش‌بینی‌کننده نسبت هدایت گرمایی، حداکثر خطای نسبی  $0/2874$  درصد و میانگین  $0/1733$  درصد را ثبت می‌کند و نیز مدل ANN پیش‌بینی‌کننده ویسکوزیته نسبی، حداکثر خطای نسبی  $2/5450$  درصد و میانگین  $0/5120$  درصد را برای داده‌های آزمون نشان می‌دهد.

(۹) برای همگی نقاط بهینه پارتو بدست آمده از بهینه‌سازی چند هدفه فرا ابتکاری ویسکوزیته نسبی و نسبت هدایت گرمایی نانوسیال، مقادیر بهینه غلظت حجمی نانوذرات در دامنه تغییرات مجاز  $0/0269$  تا  $0/1097$  درصد توزیع شده‌اند.

(۱۰) برای همگی نقاط بهینه پارتو بدست آمده از بهینه‌سازی MOPSO،  $60^{\circ}\text{C}$  به‌عنوان مقدار بهینه دمای نانوسیال (یعنی حد بالایی دامنه تغییرات پارامتر ورودی دما) جهت رسیدن به حداقل ویسکوزیته نسبی و حداکثر نسبت هدایت گرمایی تعیین شد.

(۱۱) مقادیر حداقل ویسکوزیته نسبی متناظر با تمام نقاط بهینه پارتو به طور قابل توجهی از  $6/9698$  به  $1/2720$  کاهش می‌یابد. همچنین، حداکثر نسبت هدایت گرمایی برای تمام نقاط پارتو در بازه تغییرات از  $1/0809$  تا  $1/1104$  قرار دارد.

### Authorship Contribution Statement

**Dr. Ali Mokhtarian**



**Biography:** Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

**Contribution Statement:** Conceptualization, Methodology, Validation, Formal analysis, Software, Writing – original draft.

**Dr. Mojtaba Rahimi**



**Biography:** Assistant Professor, Department of Petroleum Engineering, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

**Contribution Statement:** Conceptualization, Investigation, Writing – original draft, Writing – review & editing.

**Dr. Mohammad Hashemian**



**Biography:** Assistant Professor, Stone Research Center, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran.

**Contribution Statement:** Conceptualization, Investigation.

- [1] Sarkar J, Ghosh P, Adil A. A review on hybrid nanofluids: recent research, development and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2015;43:164-77.
- [2] Wang X-Q, Mujumdar AS. Heat transfer characteristics of nanofluids: a review. *International journal of thermal sciences*. 2007;46:1-19.
- [3] Sundar LS, Sharma KV, Singh MK, Sousa A. Hybrid nanofluids preparation, thermal properties, heat transfer and friction factor—a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2017;68:185-98.
- [4] Timofeeva EV. Nanofluids for heat transfer—potential and engineering strategies. *Two phase flow, phase change and numerical modeling*. 2011:435-50.
- [5] Al-Oran O, Lezsovits F. Experimental study of thermal conductivity and viscosity of water-based MWCNT-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> hybrid nanofluid with surfactant. *Journal of Engineering Thermophysics*. 2022;31:98-110.
- [6] Basheer IA, Hajmeer M. Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application. *Journal of microbiological methods*. 2000;43:3-31.
- [7] Coello CC. Evolutionary multi-objective optimization: a historical view of the field. *IEEE computational intelligence magazine*. 2006;1:28-36.
- [8] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. *Evolutionary computation*. 2000;8:173-95.
- [9] Zadkhash M, Toghraie D, Karimipour A. Developing a new correlation to estimate the thermal conductivity of MWCNT-CuO/water hybrid nanofluid via an experimental investigation. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2017;129:859-67.
- [10] Yadav D, Kumar R, Singh PK. Experimental investigation on rheology property of MWCNT-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water hybrid nanofluid. *AIP Conference Proceedings: AIP Publishing LLC*; 2018. p. 020042.
- [11] Akhgar A, Toghraie D, Sina N, Afrand M. Developing dissimilar artificial neural networks (ANNs) to prediction the thermal conductivity of MWCNT-TiO<sub>2</sub>/Water-ethylene glycol hybrid nanofluid. *Powder Technology*. 2019;355:602-10.
- [12] Rostami S, Toghraie D, Shabani B, Sina N, Barnoon P. Measurement of the thermal conductivity of MWCNT-CuO/water hybrid nanofluid using artificial neural networks (ANNs). *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2021;143:1097-105.
- [13] Giwa SO, Sharifpur M, Ahmadi MH, Sohel Murshed S, Meyer JP. Experimental investigation on stability, viscosity, and electrical conductivity of water-based hybrid nanofluid of MWCNT-Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. *Nanomaterials*. 2021;11:136.
- [14] Wohld J, Beck J, Inman K, Palmer M, Cummings M, Fulmer R, et al. Hybrid nanofluid thermal conductivity and optimization: original approach and background. *Nanomaterials*. 2022;12:2847.
- [15] Hashempour S, Toghraie D, Fazilati MA. Investigation of the thermal characteristics of water-based hybrid and mono nanofluids containing cerium oxide-CuO-MWCNT nanoparticles at various temperatures and volume fraction of nanoparticles and propose a new relationship. *Journal of Materials Research and Technology*. 2023;26:1276-92.
- [16] Malika M, Pargaonkar A, Sonawane SS. Experimental and statistical analysis of MWCNT hybrid nanofluid-based multi-functional drilling fluid. *Chemical Papers*. 2023;77:6773-84.
- [17] Batur Çolak A. Advancing nanofluid technology: Experimental thermal conductivity measurements and accurate predictive models for yttrium oxide-water nanofluid using neural networks and mathematical correlations. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*. 2025;86:998-1017.

- [18] Hemmat Esfe M, Toghraie D, Sarbaz Karajabad M. Novel accurate correlation for thermal conductivity of hybrid nanofluid containing MgO and MWCNT: experimental investigation. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2025:1-10.
- [19] Aalikhani R, Toghraie D, Mehmandoust B, Salahshour S. Experimental Investigation and Correlation of Viscosity for MgO–MWCNT–CeO<sub>2</sub>/Water Hybrid Nanofluid. *Results in Engineering*. 2025:105295.
- [20] Schmidhuber J. Deep learning in neural networks: An overview. *Neural networks*. 2015;61:85-117.
- [21] Coello CAC, Pulido GT, Lechuga MS. Handling multiple objectives with particle swarm optimization. *IEEE Transactions on evolutionary computation*. 2004;8:256-79.
- [22] Coello CAC, Lamont GB, Veldhuizen DAV. *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*: Springer, 2007.
- [23] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on evolutionary computation*. 2002;6:58-73.
- [24] Heris MK. Particle swarm optimization in MATLAB. URL: <https://yarpiz.com/50/ypea1>. 2015.