

# Design and Finite Element Analysis of Cycloidal Gearboxes

Seyed Hadi Hosseini<sup>a</sup>, Davod Manshoor<sup>b</sup>, Jalal Joudaki<sup>c\*</sup>

<sup>a</sup> Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, 16846-13114, Iran

<sup>b</sup> Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University Science and Research Branch, Tehran, 14778-93855, Iran

<sup>c</sup> Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, 38181-41167, Iran

## Original Article

Use your device to scan  
and read the article online



**Citation:** Hosseini S H, Manshoor D, Joudaki J. Design and Finite Element Analysis of Cycloidal Gearboxes. *Mechanics of Advanced and Smart Materials*. 2024;4(2):238-255.

 <https://10.61186/masm.4.2.238>

## KEYWORDS

Cycloidal Gearbox Design,  
Cycloid curve,  
Transient Analysis,  
Stress Analysis,  
Transmission Ratio.

## ABSTRACT

Cycloidal gearboxes are part of power transmission systems that use a cycloidal disk instead of an involute gear to transmit power. The use of cycloidal gearboxes is limited due to complicated profile shapes, difficulties in fabrication, and lack of data in the design process of industrial gearboxes. The special mechanism of cycloidal disks provides a high conversion ratio in small dimensions in cycloidal gearboxes. In this research, the design of a cycloidal gearbox will be discussed. Firstly, the mechanism of cycloidal gearboxes will be introduced and its advantages will be described, the operation mechanism and main components will be explained and then a cycloidal gearbox for conversion of 1500 rpm into 32 rpm (conversion ratio 47) will be designed according to basic equations. The designed gearbox is modeled in SolidWorks software and analyzed in finite element software (Ansys software). The finite element results show that the principal stress and shear stress of the cycloidal disk and other parts of the gearbox were in the safe region of the design criteria. In addition, the rotational speed of the gearbox is not constant due to the eccentricity of the input shaft, and the average rotational speed is calculated based on the finite element results and agrees with the design value.

## Extended Abstract

### 1. Introduction

The gearboxes are used widely in different industries for converting the rotational speed of the motors to lower rotational speeds at output shafts. The ratio of reduction determines the size of the gearbox. The cycloidal gearboxes are used for high conversion ratio in low size, the output shaft is concentric with the input shaft. The profile of the gear teeth is manufactured according to the cycloid curve. Despite conventional involute gears, the fabrication of cycloidal gears is a little complicated, and tight tolerances must be achieved which leads to poor reception of manufacturers for this type of gearbox. The cycloid curve is generated by the trace of a point on a circle which rolls along a straight line without slipping between the straight line and the rolling circle.

The cycloidal gearboxes are first introduced in 1930 [1]. Blanche and Yang [2] investigated the effect of manufacturing tolerances on the accuracy of the gearbox's operation. The results show that the existence of tolerance leads to little deviation in the conversion ratio. Gorla et al. [5] introduced a cycloidal gearbox in which some rollers are installed on a rotating disk and transfer the power to an external ring. The results show that the

\* Corresponding author. Tel.: +98 86 33400668; Fax: +98 86 33670020

E-mail address: [joudaki@arakut.ac.ir](mailto:joudaki@arakut.ac.ir)

DOI: <https://10.61186/masm.4.2.238>

Received: May 02, 2024; Received in revised form: June 03, 2024; Accepted: August 13, 2024.

© Author



efficiency increases by increasing the rotational speed. Also, the result of another research [8] shows that the total efficiency of cycloidal gearboxes is higher than planetary gears and harmonic drives. Blagojevic et al. [10] investigated the effect of friction between the cycloidal disk and housing rollers by developing two analytical models for the calculation of the contact force and friction torque. The results show that the contact forces and friction torque increase by increasing the friction force while the total efficiency decreases.

The use of cycloidal gears in different industries such as robotics, accurate machines, and 3D printing machines is increasing. The main advantages of cycloidal gearboxes are high transmission power, high torque, and accurate control of position and revolution. In this article, the parts of cycloidal gears and their operation will be introduced, then the basic equation of cycloidal gears will be presented. At last, a finite element model in ANSYS software developed and the stress and strain distribution while transferring the torque will be plotted.

## 2. Components of Cycloidal Reducers

The cycloidal gearboxes consist of five main parts:

- 1) Input shaft: the shaft is connected to the motor and rotates on an eccentric axis. The other side of the input shaft is connected to the cycloidal disk.
- 2) Cycloidal disk: which is the main part of the gearbox. The geometry of the disk is designed and manufactured according to the cycloidal curve. This type of gearbox always decreases the revolution speed of the input shaft and in this way, the cycloidal gearboxes are called usually cycloidal reducers.
- 3) Fixed ring pins: the pins are located around the input shaft and connected to the cycloidal disk. The cycloidal disk rotates around its symmetric axis (clockwise) and the pins rotate counter-clockwise about its axis.
- 4) External shaft: it is consisting of a disk with connected rollers on the face of the disk. The roller pins engage with the holes of the cycloidal disk. The external shaft is also called pin disk. So, by rotating the cycloidal disk, the pin disk rotates counter-clockwise compared to the input shaft.
- 5) Bearing: the bearing connects the input shaft to the cycloidal shaft.

Figure 1 shows the main parts of the cycloidal gearboxes disassembled.

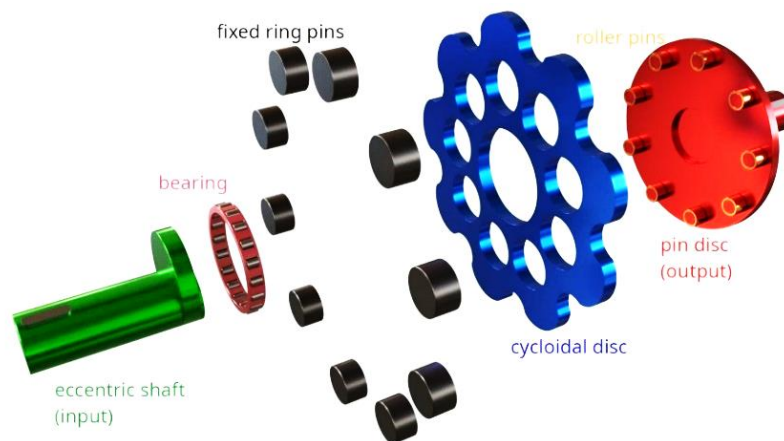


Figure 1. Disassembled cycloidal gearbox [22]

The conversion ratio is defined as  $\frac{Z_1}{Z_2 - Z_1}$  which  $Z_1$  and  $Z_2$  are the number of cycloid disk lobes and the number of fixed ring pins. So, a high conversion ratio is obtained by the cycloidal reducer due to the high number of lobes. Difference between  $Z_1$  and  $Z_2$  are usually 1. Little backlash, lower wear, low noise operation, higher absorption of the shock, higher strength of the gear teeth, higher conversion ratio in the limited size of the gearbox, concentricity of the input shaft and output shaft, better repair and maintenance, and easier manufacturing process are main advantages of cycloidal reducer compared to the involute gearboxes. Despite the involute gearboxes, the pressure angle is variable in cycloidal reducers. The magnitude of the pressure angle depends on the height of cycloidal disk teeth. By increasing the height of cycloidal disk teeth, the maximum value of the pressure angle will

be decreased and the efficiency will be increased. In this way, the contact force will be decreased but the bending force will be increased.

### 3. Designing of a Cycloidal Reducer

The design objective of this article is to convert the 1500 rpm revolution speed of an electrical motor into 32 rpm by the cycloidal reducer (conversion ratio ~47). So, the number of lobes will be 47 and the number of fixed ring pins will be 48. It is assumed that the diameter of the base circle ( $D_B$ ) is 200 mm. So, the module of gear will be 4.256 mm. The cycloidal curve is defined as a parametric equation according to the Equation 1, 2.

$$X = R_B \cos(2\pi u) + H \cos\left(2\pi u \frac{D_B}{m}\right) \quad (1)$$

$$Y = R_B \sin(2\pi u) + H \sin\left(2\pi u \frac{D_B}{m}\right) \quad (2)$$

$X$  and  $Y$  are the coordinates of the cycloidal curve and  $u$  is a dimensionless parameter that varies in the range of 0 and 1 to define the curve implicitly. The curve is modeled in SolidWorks software according to the Equation 1, 2 as shown in Figure 2. The height of each tooth ( $H$ ) is 1.5 mm.  $R_B$  is the radius of the base circle ( $D_B/2$ ).

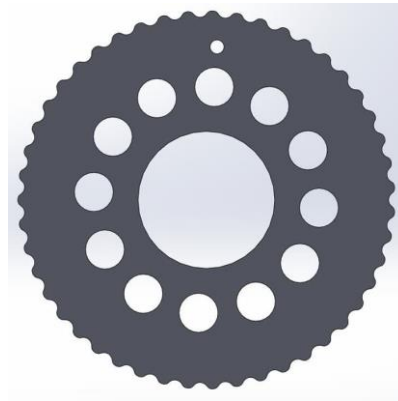


Figure 2. Cycloidal disk with 47 teeth

### 4. Finite Element Modeling and Results

The designed gear and fixed ring pins are modeled in the ANSYS software [27]. The cycloidal disk and fixed ring pins are made of ASTM CA-15 Stainless steel, tempered at 315°C. The mechanical properties of the material are reported in Table 1. The model is analyzed as a transient structural model with a small-deflection, small-strain assumption. The time of analysis is 0.1s and the friction coefficient is assumed as 0.08. The fixed ring pins are constrained in X and Y direction (translation movement) at one of the end plates. They can rotate freely. The translation degree of freedom of the cycloidal disk and fixed ring pins are constrained at Z direction to prevent out-of-plane movement. The contact between the outer surface of fixed ring pins and the teeth of the cycloidal disk was defined using CONTACT and TARGET element types.

Table 1. Mechanical Properties of ASTM CA-15 [28]

Mechanical Properties	Value
Elastic Modulus (Young's Modulus)	200GPa
Poisson's ratio	0.28
Yield Strength (Tensile)	850 MPa
Density	7610 kg/m <sup>3</sup>
Shear Modulus	78.08 GPa

After solving the model in the finite element software, the results are obtained. Figure 3 shows the distribution of maximum principal stress and maximum shear stress in the cycloidal disk. The average of principal stresses is 69 MPa happens at the contact point of the cycloidal disk and pin disk (output shaft) and compared to the yield strength is on the safe side of the design. The average shear stress is 270 MPa and happens at the root of the cycloidal disk teeth which is the deepest contact point of the cycloidal disk and fixed ring pins. Maximum strain is 0.9 %.

The distribution of the equivalent stress and equivalent elastic strain is shown in Figure 4. The maximum equivalent stress and maximum elastic strain are 180 MPa and 0.9 % respectively. The pins are constrained from

one side and maximum deflection happens at the other end. But the value of strain and deflection and indeed the stress magnitude are comparably low compared to the 850 MPa yield strength. The average angular speed was compared and was 32.08 rpm which is very close to the design magnitude (32 rpm).

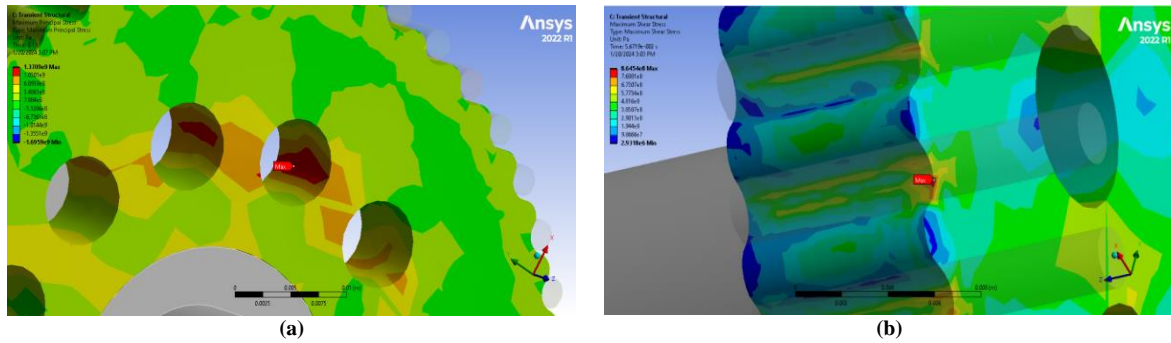


Figure 3. Distribution of a) maximum principal stress, b) maximum shear stress on the cycloidal disk

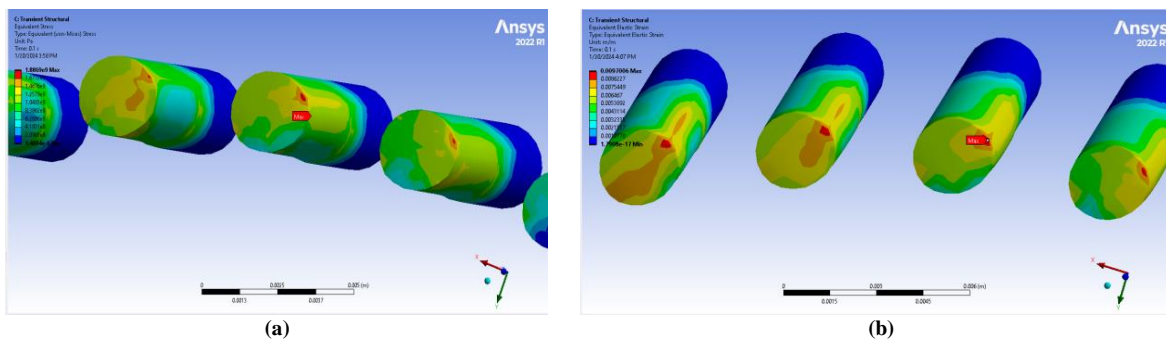


Figure 4. Distribution of a) equivalent stress, b) equivalent elastic strain on the fixed ring pins

## 5. Conclusion

Cycloidal gearboxes are types of reducing the revolution speed of the electrical motors that reduce the rotational speed with a high conversion ratio in considerably low size. The cycloidal reducer has little backlash, lower wear, and low noise operation benefits but the use of this type of gearbox was limited by the industry because of its features and the complicated shape of the teeth profile. In this article, the components of a cycloidal gearbox were introduced and the basic equation of the teeth profile was presented. A cycloidal gearbox with a conversion ratio of 47 was designed. The cycloidal disk and fixed ring pins are modeled in ANSYS finite element software and the boundary condition is applied to the model. The stress and strain distribution were investigated and compared to the properties of material used for fabrication, the designed gearbox was at the safe region of static loading.





## طراحی و تحلیل اجزای محدود جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی

سید هادی حسینی<sup>الف</sup>، داود منشور<sup>ب</sup>، جلال جودکی<sup>ج\*</sup>

<sup>الف</sup> دکتری، گروه ساخت و تولید، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، [hadi\\_hosseini@alumni.iust.ac.ir](mailto:hadi_hosseini@alumni.iust.ac.ir)  
<sup>ب</sup> دانشجوی دکتری، گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران، [man.davood@gmail.com](mailto:man.davood@gmail.com)  
<sup>ج</sup> دانشیار، گروه طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک، ایران، [joudaki@arakut.ac.ir](mailto:joudaki@arakut.ac.ir)

چکیده	واژگان کلیدی
<p>جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی، نوعی از سیستم‌های انتقال قدرت هستند که در آن‌ها به جای استفاده از چرخ‌دنده‌های اینولوتی، از دیسک سیکلوئیدی برای انتقال قدرت استفاده می‌شود. به علت پیچیدگی شکل پروفیل، ساخت مشکل‌تر و اطلاعات ناکافی صنعتگران در خصوص جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی، در کاربردهای صنعتی کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. مکانیزم خاص این نوع جعبه‌دنده‌ها سبب می‌شود که امکان دستیابی به یک نسبت تبدیل بالای سرعت دورانی، همراه با دقت زیاد، در ابعاد کم، فراهم شود. در این پژوهش ضمن معرفی اجزای اصلی تشکیل دهنده و بیان مزایای این جعبه‌دنده‌ها و بررسی عملکرد و نحوه کار آن‌ها، معادلات مربوطه بیان و یک نمونه جعبه‌دنده سیکلوئیدی برای تبدیل سرعت دورانی ۱۵۰۰ rpm به ۳۲ rpm (نسبت تبدیل ۴۷) طراحی می‌شود. سپس جعبه‌دنده طراحی شده با استفاده از نرم‌افزار انسیس مورد تحلیل تنش قرار گرفته و نتایج تحلیل اجزاء محدود نشان داد که تنش‌های اصلی و تنش‌های برشی در محدوده مجاز و کاملاً ایمن برای جنس مورد استفاده قرار دارد. با توجه به مکانیزم خاص این جعبه‌دنده که شفت ورودی و دیسک سیکلوئیدی دارای یک خروج از مرکز نسبت به شفت خروجی است، سرعت خروجی متغیر است که با محاسبه سرعت خروجی میانگین بر اساس نتایج اجزاء محدود، دستیابی به سرعت طراحی مورد نظر امکان‌پذیر شده است.</p>	<p>طراحی جعبه دنده سیکلوئیدی، منحنی سیکلوئید، تحلیل زمانی، تحلیل تنش، نسبت تبدیل.</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳  تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۳/۱۴  تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳</p>

### ۱- مقدمه

امروزه جعبه‌دنده‌های در صنایع مختلف از جمله رباتیک و صنایع نظامی برای نسبت‌های تبدیل مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. از آنجایی که این نوع جعبه‌دنده تنها برای کاهش دور ورودی استفاده می‌شود به کاهنده‌های سیکلوئیدی نیز معروف هستند و به صورت یک مرحله‌ای و دومرحله‌ای ساخته می‌شوند. با توجه به اینکه چرخ‌دنده‌ها، مهم‌ترین جز سیستم‌های انتقال قدرت بوده و بر دقت و عملکرد مناسب و درست دستگاه مورد استفاده، تأثیر زیادی دارند، طراحی چرخ‌دنده از اهمیت بالایی برخوردار است. چرخ‌دنده‌ها را می‌توان بر اساس نوع پروفیل دندانه‌ها به دو دسته کلی اینولوتی<sup>۱</sup> و سیکلوئیدی<sup>۲</sup> تقسیم‌بندی نمود که علیرغم مزایای بسیار زیاد دیسک سیکلوئیدی، به علت پیچیدگی فرآیند ساخت و اطلاعات ناکافی در خصوص جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی کمتر در صنعت به آن‌ها توجه شده است و مکانیزم خاص این نوع جعبه‌دنده‌ها سبب می‌شود که یک نسبت تبدیل

<sup>1</sup> Involute

<sup>2</sup> Cycloidal

بالا در ابعاد کوچک قابل دست‌یابی باشد. در جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی از دیسک سیکلوئیدی به جای چرخ‌دنده برای انتقال توان استفاده می‌شود. از این جعبه‌دنده‌ها، در مواردی استفاده می‌شود که یک نسبت تبدیل بالای گشتاور یا کاهش زیاد سرعت زاویه‌ای، همراه با دقت زیاد، در ابعاد کوچک، مورد نیاز باشد. منحنی سیکلوئید توسط به حرکت درآمدن یک نقطه ثابت روی دایره بر روی یک مسیر مستقیم و تخت ساخته می‌شود و اثر نقطه در صفحه، تشکیل منحنی سیکلوئید را می‌دهد.

جعبه‌دنده سیکلوئیدی، اولین بار در سال ۱۹۳۰ میلادی، توسط لورنز کنزاد معرفی شد [۱]. در سال ۱۹۸۹ بلانچ و یانگ به بررسی اثر تفرانس‌های ناشی از فرآیند ماشین‌کاری بر عملکرد جعبه‌دنده سیکلوئیدی پرداختند. نتایج نشان داد که در حالت ایده آل که هیچ تفرانسی وجود ندارد، نسبت تبدیل ثابت بوده و با گذر زمان، دچار تغییر نمی‌شود. اما با ایجاد تفرانس، نوسانات گشتاور در جعبه‌دنده ایجاد شده و تغییراتی جزئی در نسبت تبدیل جعبه‌دنده به وجود می‌آید [۲]. یان و لای [۳] در سال ۲۰۰۲ نوعی از جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی طراحی کردند که در آن، دندانه‌ها به صورت استوانه طراحی شده‌اند و صفحه پینیون<sup>۳</sup> با یک شفت لنگ به دیسک ورودی متصل است. آن‌ها برای این جعبه‌دنده معادلات حرکتی را استخراج نموده و الزاماتی که منجر به کارکرد بدون تداخل می‌شود را استخراج نمودند. هی و همکارانش [۴] در سال ۲۰۰۴ یک جعبه‌دنده سیکلوئیدی با مکانیزم و ساختار جدید طراحی کردند. در این مکانیزم جدید، رینگ جعبه‌دنده دوران لنگ داشته و سبب چرخش دیسک سیکلوئیدی حول محور می‌شود. گورلا و همکارانش [۵] در سال ۲۰۰۸ یک کاهنده سیکلوئیدی را معرفی نمودند که غلتک‌ها بر روی یک دیسک نصب شده و رینگ بیرونی به صورت یک چرخ‌دنده داخلی طراحی شده است. توزیع نیروهای تماسی در این جعبه‌دنده بررسی شد و بازده عملی و تئوری کاهنده سیکلوئیدی محاسبه شد. نتایج نشان داد که بازده واقعی جعبه‌دنده سیکلوئیدی طراحی شده، با افزایش سرعت دورانی، افزایش می‌یابد. بلاگوژیچ و همکاران [۶] در سال ۲۰۰۹ یک مدل دینامیکی برای جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی یک مرحله‌ای بر مبنای مدل دینامیکی درگیری چرخ‌دنده‌های داخلی و خارجی اینولوتی، ارائه نمود. با توجه به اینکه در جعبه‌دنده سیکلوئیدی یک نیروی متغیر با زمان به دیسک وارد می‌شود، معادله دیفرانسیل مربوطه استخراج، و به روش عددی در نرم‌افزار متلب<sup>۴</sup> حل شد. با حل معادله دیفرانسیل حاکم بر مسئله، نمودارهای تغییرات سرعت و جابه‌جایی دیسک بر اساس زمان به دست آمد. افرمنکوف و آی-کان [۷] در سال ۲۰۱۰ روشی برای محاسبه شعاع انحنا دیسک سیکلوئیدی را در هر نقطه از پروفیل آن بر اساس تئوری اوپلر ساواری ارائه داد و با کمک آن تنش‌های تماسی بین دیسک سیکلوئیدی و غلتک‌های رینگ، محاسبه شد. سنسینگر [۸]، به بررسی عوامل ایجاد تفرانس در جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی و بررسی اثرات آن بر بازده و تغییرات گشتاور خروجی جعبه‌دنده سیکلوئیدی پرداخت. نتایج نشان داد که با افزایش تفرانس در جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی، لقی<sup>۵</sup> و نوسانات گشتاور خروجی افزایش می‌یابد. همچنین مقایسه بازده جعبه‌دنده سیکلوئیدی با جعبه‌دنده خورشیدی و هارمونیکی، نشان دهنده بازده بالاتر در جعبه‌دنده سیکلوئیدی است. بلاگوژیچ و همکارانش [۹] در سال ۲۰۱۱ در ادامه تحقیق قبلی، یک طرح جدید برای جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی دومرحله‌ای ارائه دادند. در جعبه‌دنده‌های دومرحله‌ای مرسوم قبل از طراحی جدید، ساختار جعبه‌دنده معمولاً ترکیبی از دو کاهنده یک مرحله‌ای است که به صورت سری، به همدیگر متصل می‌شوند و مجموعه دارای چهار دیسک سیکلوئیدی است. اما بلاگوژیچ و همکاران در طراحی جدید، یک کاهنده دومرحله‌ای با دو دیسک سیکلوئیدی طراحی نمود که دارای حجم کمتر و کارکرد بهتری است. در طراحی جدید، اختلاف سرعت زاویه‌ای دیسک‌های سیکلوئیدی مرحله اول و دوم، سبب چرخش شفت خروجی می‌شوند. بلاگوژیچ و همکارانش [۱۰] در سال ۲۰۱۲ به بررسی اثر اصطکاک بین دیسک سیکلوئیدی و غلتک‌های رینگ، بر بازده جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش اصطکاک در محل تماس، نیروی تماسی افزایش یافته و بازده جعبه‌دنده کاهش می‌یابد. لی [۱۱] در سال ۲۰۱۴ به روش اجزاء محدود، به تحلیل نیروی وارد بر جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی پرداخت (یک کد اجزاء محدود بر اساس المان مثلثی دوبعدی توسط نویسنده توسعه داده شده است). همچنین یک رابطه تحلیلی برای محاسبه نیروهای تماسی بین دیسک سیکلوئیدی و غلتک‌ها و بین دیسک سیکلوئیدی و پین‌های خروجی ارائه شد و برای یک گشتاور ورودی معین، نتایج نیروها و تنش‌های وارده بر اجزاء

<sup>3</sup> Pinion

<sup>4</sup> Matlab

<sup>5</sup> Backlash

جعبه‌دنده به‌دست‌آمده از حل تحلیلی با نتایج به‌دست‌آمده از حل اجزاء محدود مقایسه شد که دقت مناسبی بین نتایج مشاهده گردید. بو و همکاران [۱۲] به بررسی تغییرات ضخامت فیلم روغن بین دیسک سیکلوئیدی و غلتک‌های رینگ و دیسک سیکلوئیدی و پین‌های خروجی، هنگام کارکردن جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی پرداختند و تغییرات ضخامت فیلم روغن به‌صورت نمودارهای مختلف به‌دست‌آمده است. هسیه و جیان [۱۳] در سال ۲۰۱۶، به بررسی عملکرد چهار نوع جعبه‌دنده سیکلوئیدی دومرحله‌ای با ساختار متفاوت پرداختند. با اعمال یک گشتاور ثابت به جعبه‌دنده‌ها، وضعیت و تغییرات تنش در هنگام کارکردن بخش‌های متحرک جعبه‌دنده‌ها بررسی شد و نمودارهای مربوط به تغییرات تنش‌ها، به دست آمد. ویکلو و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۷ به بررسی ارتعاشات یک جعبه‌دنده سیکلوئیدی در حین کارکردن پرداختند. برای این کار یک جعبه‌دنده سیکلوئیدی طراحی و ساخته شد و به طور عملی، ارتعاشات جعبه‌دنده در حین اعمال یک گشتاور ثابت در سرعت ورودی ثابت اندازه‌گیری شد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش لقی شعاعی بین دیسک سیکلوئیدی و غلتک‌های رینگ، ارتعاشات جعبه‌دنده کاهش می‌یابد. لی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۲۰ به بررسی روشی برای اصلاح پروفیل‌های دیسک سیکلوئیدی پرداختند. برای این کار زاویه فشار و شکل دندانه به‌عنوان متغیرهای قابل تغییر در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که با اصلاح دندانه‌ها بر اساس روش پیشنهاد شده، عملکرد بهتر در انتقال نیرو و پروفیل دقیق‌تر دندانه که منجر به لقی کمتر می‌شود، قابل دست‌یابی است. نکته حائز اهمیت در چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی زاویه فشار است. در چرخ‌دنده‌های اینولوتی این زاویه ثابت (معمولاً ۲۰ درجه است) که زاویه میان خط مماس بر دایره گام دو چرخ‌دنده و خط عمود بر خط واصل مراکز دو چرخ‌دنده را نشان می‌دهد. با توجه به وجود خارج از مرکزی در چرخ‌دنده سیکلوئیدی، زاویه فشار در چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی متغیر است و مقدار زاویه فشار در اولین لحظه تماس ماکزیمم است و به تدریج زاویه فشار کاهش یافته و به صفر می‌رسد و دوباره شروع به افزایش می‌کند تا در نقطه جدایش مجدداً به مقدار ماکزیمم برسد. مقدار زاویه فشار وابسته به ارتفاع دندانه دیسک سیکلوئیدی است و با افزایش ارتفاع دندانه میزان زاویه فشار کاهش یافته و بازده جعبه‌دنده زیاد می‌شود. در این حالت نیروهای تماسی کاهش می‌یابد، اما باید توجه داشت که نیروهای خمشی وارد بر دندانه افزایش خواهد یافت. جانگ و همکاران [۱۶] به بررسی اثر هندسه چرخ‌دنده سیکلوئیدی بر آنالیز دینامیکی و نیروهای وارده بر اجزا پرداختند. نتایج تحلیل نشان داد که نقطه عطف منحنی سیکلوئیدی، تأثیر به‌سزائی بر نیروهای وارده میان دیسک سیکلوئیدی و پین‌ها دارد و بر این اساس یک منحنی توزیع نیرو استخراج گردید. مقایسه منحنی نیرویی نشان داد که منحنی سیکلوئیدی صلبیت بالاتری نسبت به منحنی اینولوت دارد. جیانگ و همکاران [۱۷] به بررسی کاربرد چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی در بازوهای رباتیک دوار<sup>۶</sup> پرداخته‌اند. آن‌ها به ارائه یک منحنی اصلاح شده برای مونتاژ ساده‌تر و با لحاظ نمودن خطاهای ماشین‌کاری پرداختند. آن‌ها منحنی چرخ‌دنده سیکلوئیدی را با کمک روش پاسخ سطح به‌منظور کاهش خطای ماشین‌کاری بهینه‌سازی نمودند. مطالعه مشابهی توسط وانگ و لو [۱۸] و وانگ و همکاران [۱۹] نیز بر همین موضوع انجام شده است که آن‌ها به کمک روش مونت کارلو<sup>۷</sup> به بهینه‌سازی شکل دندانه‌های چرخ‌دنده سیکلوئیدی برای کاهش خطای ماشین‌کاری پرداختند.

همان‌گونه که بررسی مقالات جدید چاپ شده نشان می‌دهد، استفاده از چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی در حال افزایش است. کوچک بودن این چرخ‌دنده‌ها می‌تواند در کنار قابلیت‌های موتورهای مغناطیس دائم که دارای چگالی توان بالا و چگالی گشتاور بالا هستند [۲۰] و یا در دستگاه‌های مدل‌سازی سریع [۲۱] بسیار مؤثر عمل کرده و کنترل دقیقی بر روی دور و موقعیت ایجاد نماید. البته باید به یاد داشت که بسیاری از جنبه‌های مشخص نشده این چرخ‌دنده‌ها، هنوز نیاز به مطالعات جدید دارد. در این مقاله ابتدا به معرفی چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی، نحوه عملکرد آن‌ها و طراحی یک نمونه چرخ‌دنده برای یک نسبت تبدیل مشخص پرداخته خواهد شد و سپس تحلیل المان محدود با کمک نرم‌افزار انسیس<sup>۸</sup> جهت تعیین تنش‌های وارده بر چرخ‌دنده و پین‌های جعبه‌دنده انجام شده است و سرعت چرخش بر اساس خروجی نرم‌افزار محاسبه شده است. مهم‌ترین جنبه نوآوری این مقاله، پرداختن به موضوع طراحی و تحلیل چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی است که علیرغم مزایای زیادی که دارند استفاده از آن‌ها در مقایسه با چرخ‌دنده‌های اینولوتی بسیار محدود است.

<sup>۶</sup> Rotate Vector Reducer

<sup>۷</sup> Monte Carlo method

<sup>۸</sup> ANSYS

## ۲- معرفی جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی و اجزای تشکیل‌دهنده آن

همان‌گونه که ذکر شد منحنی سیکلوئید از حرکت غلتشی (بدون لغزش) یک استوانه بر روی یک سطح تخت به دست می‌آید. رابطه ۱ و ۲ منحنی سیکلوئید را به صورت صریح بر اساس سرعت زاویه‌ای  $\omega$  و زمان  $t$  نشان می‌دهد.

$$x = R(\omega t - \sin\omega t) \quad (1)$$

$$y = R(1 - \cos\omega t) \quad (2)$$

$R$  شعاع دایره سیکلوئید است، البته این منحنی، همانند منحنی اینولوت، باید تبدیل به حالت مدور گردد. برای این منظور مجموعه جعبه‌دنده سیکلوئیدی مطابق شکل‌های ۱ و ۲ طراحی شده است که حالت مفصل شده و متصل شده را نشان می‌دهد. مجموعه جعبه‌دنده سیکلوئیدی شامل پنج جزء می‌باشد که عبارت‌اند از:

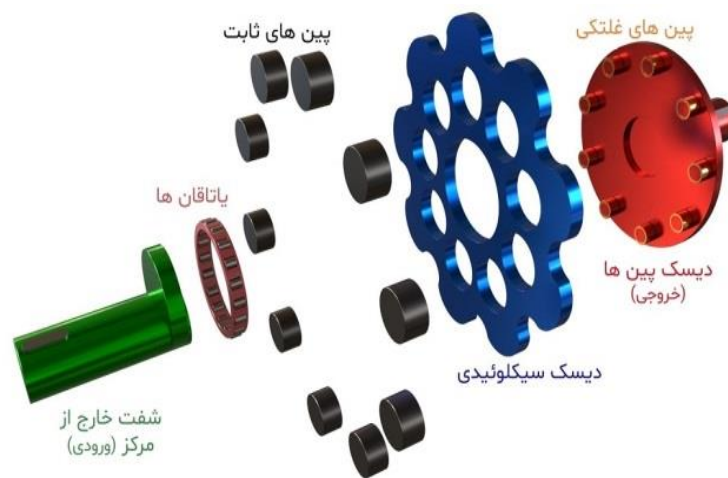
۱- شفت ورودی که به الکتروموتور وصل است و نقش محرک (شفت درایو) را ایفا می‌کند. در گیربکس سیکلوئیدی یک شفت خارج از مرکز (شفت) ابتدا یک دیسک سیکلوئیدی را به حرکت در می‌آورد. پین‌های حلقوی ثابت به صورت دایره‌ای در اطراف شفت خارج از مرکز قرار گرفته‌اند که دیسک سیکلوئیدی با آن‌ها درگیر می‌شود. به دلیل حرکت خارج از مرکز، دیسک سیکلوئیدی در تماس با این پین‌ها حول محور تقارن خود می‌چرخد.

۲- دیسک سیکلوئیدی که مهم‌ترین بخش یک جعبه‌دنده سیکلوئیدی است که هندسه آن نقش اصلی را در سینماتیک جعبه‌دنده ایفا می‌کند. مشخصات چنین دیسکی از هندسه سیکلوئید اقتباس شده است. به همین دلیل این جعبه‌دنده را درایو سیکلوئیدی نیز می‌نامند. از آنجایی که درایوهای سیکلوئیدی برای کاهش سرعت استفاده می‌شوند، به آن‌ها کاهش‌دهنده (کاهنده) سرعت سیکلوئیدی نیز گفته می‌شود.

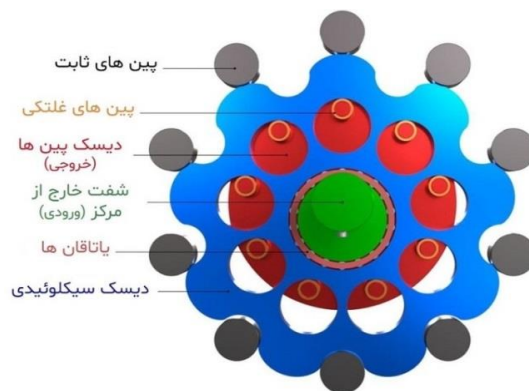
۳- پین‌های ثابت به صورت دایره‌ای در اطراف شفت خارج از مرکز قرار گرفته‌اند که دیسک سیکلوئیدی با آن‌ها درگیر می‌شود. به دلیل حرکت خارج از مرکز، دیسک سیکلوئیدی در تماس با این پین‌ها حول محور تقارن خود می‌چرخد. سوراخ‌هایی که در دیسک سیکلوئیدی وجود دارند، در جهت خلاف شفت خارج از مرکز می‌چرخند.

۴- شفت خروجی که شامل یک دیسک با تعدادی پین غلتکی نصب شده بر روی آن است که با سوراخ‌های دیسک سیکلوئیدی درگیر می‌شود و به آن دیسک پین هم گفته می‌شود. به این ترتیب، دیسک سیکلوئیدی، دیسک پین را به حرکت در می‌آورد. این شفت با شفت ورودی هم‌محور است.

۵- یاتاقان که اتصال بین شفت ورودی و دیسک سیکلوئیدی را ایجاد می‌کند.



شکل ۱ اجزای اصلی تشکیل‌دهنده جعبه‌دنده سیکلوئیدی (منفصل شده) [۲۲]



شکل ۲ اجزای اصلی تشکیل‌دهنده جعبه‌دنده سیکلوئیدی (متصل شده) [۲۲]

از آنجایی که نسبت تبدیل همواره به صورت در  $\frac{Z_1}{Z_2 - Z_1}$  تعریف می‌شود که  $Z_1$  و  $Z_2$  به ترتیب تعداد بخش (لوب<sup>۹</sup>) دیسک سیکلوئیدی و تعداد پین‌های ثابت است، در این جعبه‌دنده‌ها همواره نسبت تبدیل کاهش می‌یابد و از این جعبه‌دنده به عنوان کاهنده سیکلوئیدی نیز نام می‌برند. در طراحی معمولاً اختلاف  $Z_1$  و  $Z_2$  یک می‌باشد. در این جعبه‌دنده قدرت از طریق شفت ورودی که متصل به مولد قدرت، مانند الکتروموتور، است به حرکت درآورده می‌شود و این حرکت، به وسیله بلبرینگ‌های خارج از مرکز که به وسیله خار به شفت ورودی متصل می‌شوند، سبب چرخش و حرکت لنگ دیسک سیکلوئیدی در داخل رینگ می‌شود. پین‌های خروجی در داخل سوراخ‌هایی که در داخل دیسک سیکلوئیدی وجود دارد قرار می‌گیرند و حرکت لنگ دیسک سیکلوئیدی، از طریق سوراخ‌های آن و پین‌های شفت خروجی، به حرکت چرخشی یکنواخت تبدیل شده و موجب چرخش شفت خروجی، با سرعت زاویه‌ای کمتر از شفت ورودی و در خلاف جهت چرخش شفت ورودی می‌گردد. در جعبه‌دنده سیکلوئیدی یک شفت خارج از مرکز (شفت درایو<sup>۱۰</sup>) ابتدا یک دیسک سیکلوئیدی را به حرکت در می‌آورد. پین‌های حلقوی ثابت به صورت دایره‌ای در اطراف شفت خارج از مرکز قرار گرفته‌اند که دیسک سیکلوئیدی با آن‌ها درگیر می‌شود. به دلیل حرکت خارج از مرکز، دیسک سیکلوئیدی در تماس با این پین‌ها حول محور تقارن خود می‌چرخد. سوراخ‌هایی که در دیسک سیکلوئیدی وجود دارند، در جهت خلاف شفت (ورودی) می‌چرخند. پین‌های غلتکی که روی دیسک پین قرار دارند، با سوراخ‌های دیسک سیکلوئیدی درگیر می‌شوند. به این ترتیب، دیسک سیکلوئیدی، دیسک پین را به حرکت در می‌آورد، که شفت خروجی نصب شده در مرکز به آن متصل است و با شفت ورودی هم محور است. به عنوان مثال در شکل ۲، دیسک پین در طول یک چرخش کامل شفت خارج از مرکز (۳۶۰ درجه) در مجموع ۴۰ درجه می‌چرخد. بنابراین پس از اینکه شفت ورودی ۹ دور کامل را طی کرد، شفت خروجی یک دور می‌زند. بنابراین نسبت انتقال این جعبه‌دنده ۹:۱ است.

با توجه به شکل خاص دندانه‌های چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی مهم‌ترین مزایای این دسته از چرخ‌دنده را می‌توان به شرح زیر لیست نمود:

۱- **لقی بسیار کم و نزدیک به صفر:** با توجه به اینکه دندانه‌ها به صورت مقعر و پین‌ها به شکل محدب هستند پروفیل درگیری دندانه‌ها بسیار دقیق می‌باشد که موجب کاهش لقی در کاهنده سیکلوئیدی می‌شود. این موضوع موجب فرآیند ساخت پیچیده‌تر و ماشین‌کاری دقیق‌تر می‌شود.

۲- **سایش کمتر دندانه‌های دیسک سیکلوئیدی:** شکل دندانه‌ها موجب می‌شود که غلتک‌ها در جای خود دچار چرخش شوند، به این ترتیب حرکت غلتشی بین دایره‌های دیسک سیکلوئیدی و پین‌های غلتکی رخ می‌دهد و سبب کاهش حرکت لغزشی بین دیسک و پین‌های غلتکی در نقطه درگیری می‌گردد. همین عامل سبب کاهش سایش در دندانه‌های دیسک سیکلوئیدی می‌شود.

۳- **عملکرد آرام و کم صدا:** در جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی در هر لحظه، دندانه‌ها، با پین‌های ثابت درگیر هستند و با جدا

<sup>9</sup> Lobe

<sup>10</sup> Drive shaft

شدن دیسک از یک پین با پین دیگری در همان لحظه درگیر می‌شود و این حرکت پیوسته و تماس دائمی، باعث از بین رفتن ضربه و تولید صدا، هنگام کارکرد جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی می‌شود.

۴- **توانایی تحمل شوک‌های نیرویی بالا نسبت به سایر جعبه‌دنده‌ها:** در جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی به دلیل درگیر بودن هم‌زمان چنددندانه، چنانچه شوک نیرویی به جعبه‌دنده وارد شود، همه دندانه‌های درگیر عکس‌العمل نشان داده و ضربه میان دندانه‌ها تقسیم می‌شود. لذا، ظرفیت تحمل شوک نیرویی جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی از سایر جعبه‌دنده‌ها بیشتر است.

۵- **استحکام بالاتر دندانه‌ها:** در سیستم‌های انتقال قدرت مبتنی بر چرخ‌دنده، تنش خمشی و تنش تماسی، اصلی‌ترین تنش بین اجزاء می‌باشد. با توجه به شکل خاص دندانه‌ها که عرض دندانه بیشتر از ارتفاع دندانه است استحکام خمشی بالاتری در این نوع از چرخ‌دنده مشاهده می‌شود و با انتخاب یک جنس مناسب برای دیسک سیکلوئیدی، مقاومت در مقابل تنش تماسی بهبود می‌یابد. از طرف دیگر، با افزایش تعداد دندانه‌های درگیر در انتقال قدرت نیروی کم‌تری نیز بر هر دندانه وارد می‌شود. در نتیجه سه عامل ذکر شده، جعبه‌دنده سیکلوئیدی از استحکام بالاتری برخوردار هستند.

۶- **نسبت تبدیل بالا در حجم کم:** در جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی، به دلیل مکانیزم خاص بکار گرفته شده، نسبت تبدیل وابسته به تعداد دندانه‌های دیسک سیکلوئیدی می‌باشد و با افزایش تعداد دندانه‌ها، نسبت تبدیل در حجم کوچکی افزایش می‌یابد.

۷- **هم مرکز بودن شفت ورودی و خروجی:** در کاهنده‌های سیکلوئیدی، شفت ورودی و خروجی، هم مرکز می‌باشند که این ویژگی، سبب کاهش حجم کاهنده و استفاده آسان‌تر در تجهیزات انتقال قدرت می‌شود.

۸- **تعمیر و نگهداری آسان‌تر:** غلتش دیسک سیکلوئیدی و پین‌های ثابت موجب ایجاد یک الگوی سایش یکنواخت با نرخ بسیار پایین می‌شود که نیاز به نگهداری کم‌تری در مقایسه با دیگر جعبه‌دنده‌ها دارد و با یک برنامه تعمیر و نگهداری معمولی (به‌طورمعمول هر ۴۰۰۰ ساعت کاری)، کمترین هزینه تعمیرات و توقف ناگهانی به دست می‌آید.

۹- **ساخت آسان‌تر نسبت به چرخ‌دنده‌های اینولوتی:** شکل دندانه در چرخ دندانه‌های اینولوتی وابسته به تعداد دندانه است و انحنای پروفیل دندانه با افزایش تعداد دندانه کاهش می‌یابد. برای ساخت چرخ‌دنده‌های اینولوتی با دستگاه فرز معمولاً ۸ ابزار وجود دارد که از محدوده ۱۲ تا بیشتر از ۱۳۵ دندانه را تولید می‌کند، به‌عنوان مثال دومین شماره ابزار، مخصوص ساخت چرخ‌دنده ۱۴ تا ۱۶ دندانه است. شکل دندانه سیکلوئیدی وابسته به تعداد دندانه چرخ‌دنده نیست و برای ساخت چرخ دندانه‌های با عمق یکسان و تعداد دندانه متنوع از یک ابزار می‌توان استفاده نمود که کار ساخت را آسان‌تر می‌کند (پروفیل دایروی چرخ‌دنده سیکلوئیدی امکان استفاده از تیغ فرزهای معمولی را فراهم می‌کند). همچنین حداقل تعداد دندانه در حالت اینولوت ۱۲ و در حالت سیکلوئیدی ۴ دندانه است.

در زمینه‌ی تولید جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی، بسیاری از شرکت‌های معتبر جهانی وجود دارند که این نوع تجهیزات را تولید می‌کنند. برخی از شرکت‌های مطرح جهانی در حوزه طراحی جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی به شرح ذیل می‌باشند:

شرکت Sumitomo Drive Technologies: این شرکت یکی از پیش‌تازان در زمینه‌ی تولید جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی می‌باشد.

شرکت Guomao: یک شرکت چینی که در زمینه‌ی تولید جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی فعالیت می‌کند.

شرکت Nabtesco Corporation: یک شرکت ژاپنی که به تولید جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی و ردیاب‌های نمایشگر سیکلوئیدی معروف است.

شرکت Harmonic Drive AG: این شرکت آلمان است و تخصص خود را در تولید جعبه‌دنده‌های هارمونیک دارای ساختار سیکلوئیدی دارد.

### ۳- طراحی جعبه‌دنده سیکلوئیدی

در این پژوهش هدف طراحی یک جعبه‌دنده سیکلوئیدی است که سرعت دورانی ورودی ۱۵۰۰ دور بر دقیقه را به سرعت دورانی شفت خروجی ۳۲ دور بر دقیقه تبدیل نماید. بر این اساس نسبت تبدیل عدد و به عبارتی تعداد دندانه‌های چرخ‌دنده مذکور باید ۴۶/۸۷۵ باشد که به نزدیک‌ترین عدد صحیح یعنی عدد ۴۷ گرد می‌شود. لذا دیسک سیکلوئیدی دارای ۴۷ دندانه و تعداد پین‌های ثابت ۴۸ دندانه خواهد بود. در صورتی که قطر دایره مبنای چرخ‌دنده سیکلوئیدی  $D_B$  را برابر با ۲۰۰ میلی‌متر در نظر گرفته شود در این حالت شعاع دایره مبنا  $R_B$  برابر با ۱۰۰ میلی‌متر است. با تقسیم قطر دایره مبنا بر تعداد دندانه دیسک سیکلوئیدی مدول  $m$  برابر با ۴/۲۵۶ به دست می‌آید. از آنجایی که مهم‌ترین و پیچیده‌ترین قسمت این نوع جعبه‌دنده‌ها، دیسک سیکلوئیدی می‌باشد. این دیسک بر اساس روابط سیکلوئیدی محاسبه و در نرم‌افزار سالیدورک [۲۳] طراحی و در شکل ۳ نشان داده شده است. در حالت کلی از دو نوع معادله صریح و ضمنی (پارامتریک) برای رسم می‌توان استفاده کرد. معادله صریح زمانی به کار می‌رود که یک متغیر وابسته بر اساس یک متغیر مستقل تعریف شود. در معادلات پارامتریک از دو معادله برای رسم منحنی استفاده می‌شود. برای رسم دیسک به صورت پارامتریک، دو معادله به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۴].

$$X = R_B \cos(2\pi u) + H \cos\left(2\pi u \frac{D_B}{m}\right) \quad (۳)$$

$$Y = R_B \sin(2\pi u) + H \sin\left(2\pi u \frac{D_B}{m}\right) \quad (۴)$$

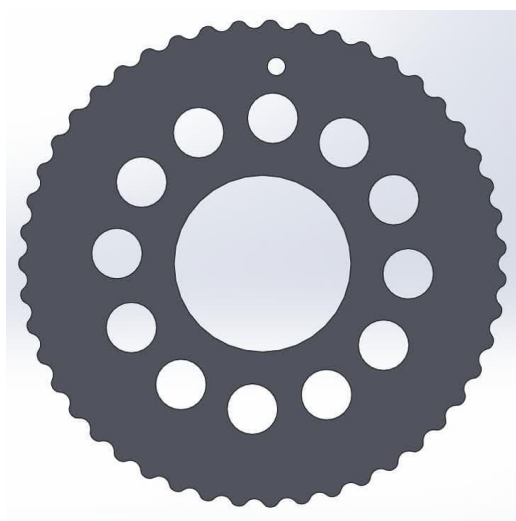
رابطه ۳ و ۴ روابط پایه ترسیم منحنی سیکلوئیدی هستند. این روابط می‌توانند با لحاظ شدن مقدار خارج از مرکزی در دیسک سیکلوئیدی مطابق رابطه ۵ و ۶ بازنویسی شوند که در این حالت  $R$  شعاع دیسک و  $R_r$  شعاع پین‌های مورد استفاده است. در این حالت شفت دارای خارج از مرکزی به میزان  $E$  است که موجب می‌شود دیسک سیکلوئیدی و پین‌ها با زاویه تماس  $\psi$  (رابطه ۷) با یکدیگر تماس داشته و بر روی یکدیگر حرکت نمایند [۲۴].

$$X = R \cos(\theta) - R_r \cos(\theta - \psi) - E \cos(N\theta) \quad (۵)$$

$$Y = -R \sin(\theta) + R_r \cos(\theta - \psi) + E \cos(N\theta) \quad (۶)$$

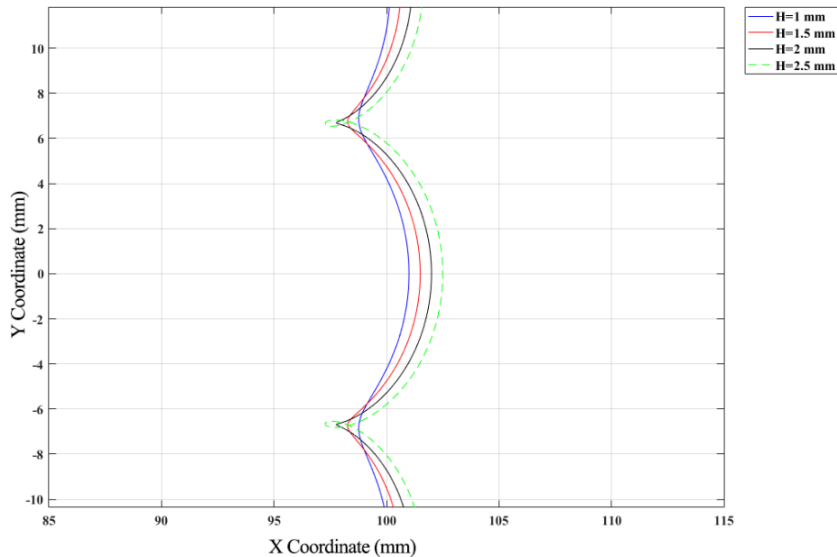
$$\psi = -\text{Arctan}\left(\frac{\sin((1-N)\theta)}{\left(\frac{R}{EN}\right) - \cos((1-N)\theta)}\right) \quad (۷)$$

لازم به ذکر است که رابطه ۵ و ۶ منحنی سیکلوئیدی را برحسب متغیر زاویه  $\theta$  که در محدوده صفر تا ۳۶۰ درجه تغییر می‌کند ترسیم می‌نماید، درحالی‌که رابطه ۳ و ۴ منحنی سیکلوئیدی برحسب متغیر مستقل  $u$  که در محدوده صفر تا یک تغییر می‌کند ترسیم می‌شود. روابط دیگری نیز توسط محققین توسعه داده شده است که می‌توان به مراجع [۱۶]، [۱۸]، [۲۵] و [۲۶] اشاره نمود.



شکل ۳ دیسک سیکلوئیدی ۴۷ دندانه

در رابطه ۳ و ۴،  $u$  پارامتر متغیر بین صفر تا یک است که از طریق آن دو معادله با یکدیگر مرتبط شده‌اند.  $H$  ارتفاع دندان به نسبت به قطر دایره مینا است که در این مدل برابر با  $1/5$  میلی‌متر در نظر گرفته شده است. مقدار ارتفاع دندان وابسته به قطر دایره مینای سیکلوئید دارد و باید به گونه‌ای انتخاب شود که بتوان درگیری مناسب را ایجاد و از تداخل بیش‌از اندازه جلوگیری نمود. شکل ۴ چند پروفیل برای ارتفاع‌های مختلف را نشان می‌دهد. اگر ارتفاع بیش‌از اندازه زیاد (در اینجا ارتفاع  $2/5$  میلی‌متر) انتخاب شود منحنی دندان‌های مختلف با یکدیگر تداخل خواهد نمود. همچنین ایجاد گوشه‌های بسیار تیز مانند ارتفاع  $2$  میلی‌متر نیز کار ساخت را با مشکل مواجه می‌کند.



شکل ۴ تأثیر ارتفاع دندان در دیسک سیکلوئیدی

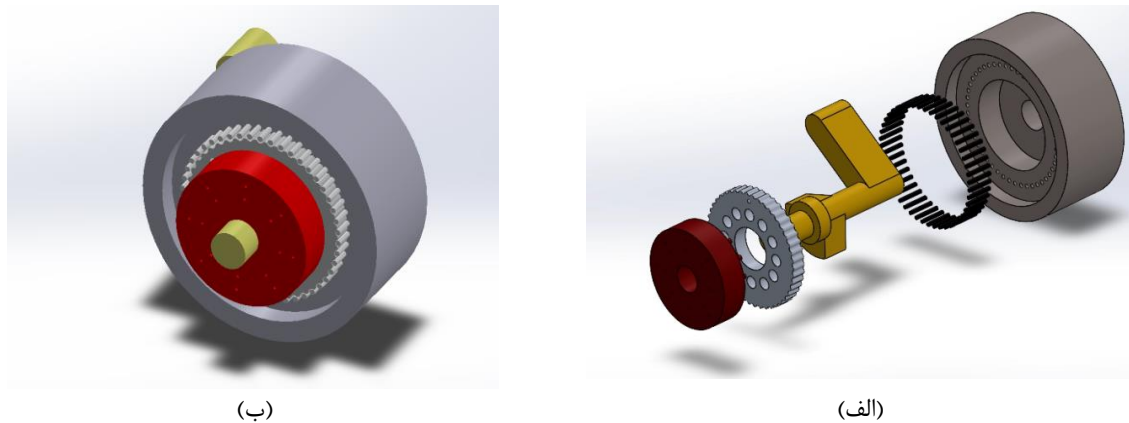
در چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی دو تنش خمشی و تماسی به دیسک سیکلوئیدی وارد می‌شود که محاسبات تنش خمشی در آن‌ها دقیقاً مشابه چرخ‌دنده‌های معمولی است و تنش‌های تماسی بر اساس تئوری تنش تماس (هرتزی) مطابق رابطه ۸ محاسبه می‌شود که در آن نیروی وارده از طرف دیسک سیکلوئیدی به پین است که متناسب با میزان گشتاور و سرعت دوران شفت ورودی است. همچنین  $a$  نصف عرض تماس است که بر اساس معادله ۹ به دست می‌آید و  $b$  نیز ضخامت دیسک سیکلوئیدی است. نصف عرض تماس  $a$  وابسته به خواص ماده شامل مدول الاستیک  $E$  و نسبت پواسون  $\nu$  دیسک سیکلوئیدی و پین تماس و شعاع تماس معادل  $\rho^*$  است که از رابطه ۱۰ به دست می‌آید [۲۵].

$$\sigma = \frac{2F_c}{\pi ab} \quad (8)$$

$$a = \sqrt{\frac{4F_c \rho^* [E_1(1 - \nu_1^2) + E_2(1 - \nu_2^2)]}{\pi b E_1 E_2}} \quad (9)$$

$$\rho^* = \left| \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \right| \quad (10)$$

در ادامه دیگر اجزای اصلی جعبه‌دنده سیکلوئیدی طراحی گردید. به کمک اجزای طراحی شده، مکانیزم مونتاژ شده است. در شکل ۵ اجزای جعبه‌دنده سیکلوئیدی طراحی شده در حالت منفصل و مونتاژ شده به‌طور کامل نشان داده شده است.



شکل ۵ اجزای جعبه‌دنده سیکلوئیدی طراحی شده (الف) مدل منفصل (ب) حالت مونتاژ شده اجزا با یکدیگر

#### ۴- تحلیل اجزاء محدود جعبه‌دنده سیکلوئیدی

در ادامه، پس از طراحی جعبه‌دنده سیکلوئیدی با نسبت تبدیل ۴۷ به تحلیل این جعبه‌دنده در نرم‌افزار انسیس [۲۷] با استفاده از روش اجزا محدود پرداخته شده است. در این تحلیل از بررسی قسمت هوزینگ<sup>۱۱</sup> جعبه‌دنده و شفت جعبه‌دنده صرف‌نظر شده است و سایر قطعات مکانیکی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. جنس قطعات فلزی، فولاد زنگ‌نزن ریخته‌گری ASTM-15 CA است که در دمای 315 °C عملیات حرارتی بازگشت (تمپر) روی آن انجام شده است. جدول ۱ مقادیر خواص مکانیکی را برای این ماده نشان می‌دهد. همچنین جنس بدنه جعبه‌دنده نیز از چدن خاکستری<sup>۱۲</sup> انتخاب شده است که خواص آن مطابق جدول ۲ است.

جدول ۱ خواص مکانیکی ASTM CA-15 [۲۸]

پارامتر مکانیکی	مقدار
مدول الاستیسیته (یانگ)	200GPa
ضریب پواسون	0.28
استحکام کششی تسلیم	850 MPa
چگالی	7610 kg/m <sup>3</sup>
مدول برشی	78.08 GPa

جدول ۲ خواص مکانیکی چدن خاکستری [۲۹]

پارامتر مکانیکی	مقدار
مدول الاستیسیته (یانگ)	110GPa
ضریب پواسون	0.28
استحکام کششی نهایی	240 MPa
چگالی	7200 kg/m <sup>3</sup>
مدول برشی	42.97 GPa

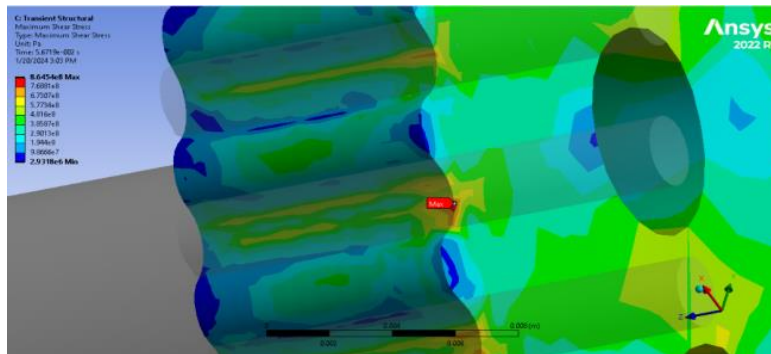
در مرحله بعد، شرایط زمانی مسئله به‌صورت حل گذرا<sup>۱۳</sup> در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه سرعت دورانی شفت ورودی ۱۵۰۰ دور بر دقیقه است، زمان مورد نیاز برای چرخش یک دور کامل جعبه‌دنده، ۰/۰۴ ثانیه است که زمان حل در نرم‌افزار ۰/۱ ثانیه مشخص گردیده است. حداقل گام زمانی ۰/۰۱۵ ثانیه، حداکثر گام زمانی ۰/۰۰۲ ثانیه و گام اولیه حل زمان ۰/۰۰۰۱ ثانیه در نظر گرفته شده است. برای ضریب اصطکاک نیز متوسط ضریب اصطکاک در این تحلیل اجزا محرک که ۰/۰۸ است، لحاظ شده است. بین‌ها از سمت انتهایی مقید شده‌اند تا در صفحه در راستای x و y حرکت نداشته باشند. با توجه به اینکه

<sup>11</sup> Housing

<sup>12</sup> Gray Cast Iron

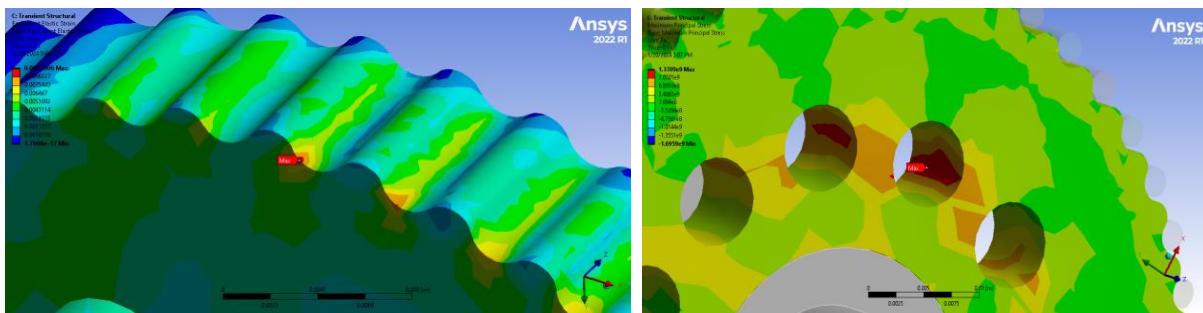
<sup>13</sup> Transient

دیسک سیکلوئیدی باید با سرعت زاویه‌ای ثابت ۳۲ rpm دوران به صورت خارج از مرکز نماید، تغییرات مرکز دیسک سیکلوئیدی در صفحه بر اساس زمان در نرم‌افزار تعریف شده است. همچنین یک گره از دیسک سیکلوئیدی و پین‌ها در راستای محور Z مقید شده است تا از حرکت خارج از صفحه قطعات جلوگیری شود. میان سطح بیرونی پین‌ها و سطح دندانه‌ها در دیسک سیکلوئیدی از المان contact و target استفاده شده است، تا تماس میان آن‌ها تعریف گردد. همچنین مسئله با فرض تغییر شکل‌های کوچک و کرنش کوچک و بدون فعال‌سازی حالت غیرخطی حل شده است و پس از اتمام حل نتایج استخراج شده است. شکل ۶ تنش‌های برشی در دندانه‌های دیسک سیکلوئیدی را نشان می‌دهد. میانگین تنش برشی گزارش شده مقدار ۲۷۰ MPa می‌باشد همچنین محل رویداد بیشینه تنش برشی بر روی ریشه دندانه است. با توجه به شکل خاص چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی و فرض عدم لغزش (غلتش خالص)، برخورد مکرر و ضربه‌ای چرخ‌دنده به پین‌ها این مقدار و محل رویداد این مقدار قابل‌انتظار بود.



شکل ۶ تنش‌های برشی در دندانه‌های دیسک

در شکل ۷ ماکزیمم تنش‌های اصلی و کرنش الاستیک وارده نشان داده شده است. با توجه به توزیع تنش و کرنش مشخص است که میانگین تنش‌های اصلی مقدار ۶۹ MPa گزارش شده است که محل رویداد بیشینه آن بر روی محل اتصال پین دیسک خروجی با چرخ‌دنده اصلی است. همچنین بیشینه میزان کرنش بر روی نوک چرخ‌دنده‌ها به میزان ۰/۹ درصد است.

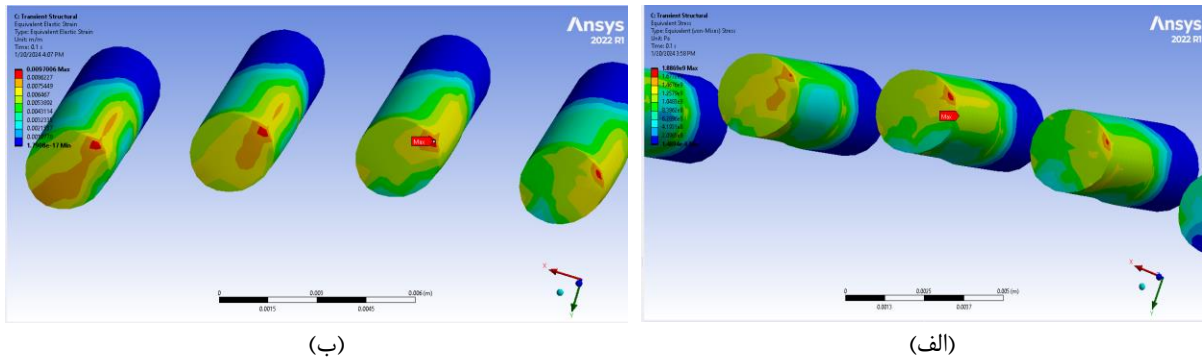


(ب)

(الف)

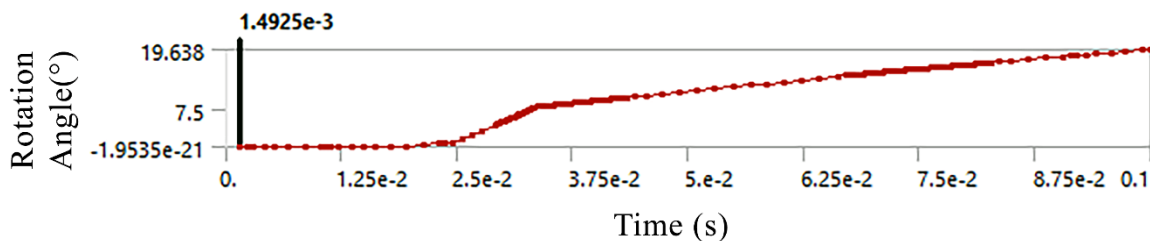
شکل ۷ الف) ماکزیمم تنش‌های اصلی در دیسک سیکلوئیدی ب) میزان کرنش الاستیک بر روی نوک چرخ‌دنده‌ها

همان‌گونه که مشخص است میزان تنش‌های اصلی که از آن در طراحی استاتیکی و خستگی استفاده می‌شود به میزان قابل‌توجهی پایین است. با توجه به اینکه قطر پین‌های در تماس با چرخ‌دنده در مقایسه با قطر چرخ‌دنده کوچک است، نیروی عکس‌العمل دیسک سیکلوئیدی بر پین‌ها وارد می‌شود که تنش معادل و کرنش وارده بر روی پین‌ها مطابق شکل ۸ است. بیشینه تنش‌های مشاهده شده مقدار ۱۸۰ MPa بر روی سطح قابل‌تماس با چرخ‌دنده‌ها بوده است، با توجه به نیروی وارده زیاد از طرف چرخ‌دنده به این پین‌ها، تنش بالاتر در پین‌ها، قابل‌پیش‌بینی بود. میزان تقریبی کرنش ۰/۹ درصد می‌باشد، با دقت بیشتر می‌توان میزان تغییر شکل خمشی پین‌ها را در شکل ۸-ب مشاهده نمود. با توجه به اینکه ریشه پین‌ها ثابت شده است، تغییر شکل در انتهای پین به مقدار بیشینه خود می‌رسد و پین دقیقاً همانند تیر یک سر گیردار عمل می‌کند. با توجه به خواص ذکر شده در جدول ۱ و استحکام تسلیم ۸۵۰ MPa فولاد مورد استفاده، قطعات دیسک سیکلوئیدی و پین‌ها کاملاً در محدوده ایمن طراحی قرار دارند.



شکل ۸ الف) میزان تنش‌های بر روی پین‌ها ب) میزان کرنش‌های بر روی پین‌ها

شکل خاص چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی و حرکت خارج از مرکز شفت و دیسک سیکلوئیدی موجب می‌شود که تغییرات سرعت زاویه‌ای در حین چرخش ثابت نباشد و برای محاسبه میزان دور، نیاز به میانگین‌گیری در طی زمان است. برای این منظور با استفاده از قابلیت Flexible rotation probe بر روی دیسک خروجی، تغییرات زاویه دیسک خروجی در بازه زمانی مورد تحلیل مطابق شکل ۹ به دست می‌آید.



شکل ۹ تغییرات زاویه چرخ‌دنده سیکلوئیدی با زمان

نمودار تغییرات زاویه‌ای دیسک خروجی شامل سه ناحیه است، ناحیه اول که تقریباً مقدار چرخش صفر را نشان می‌دهد، در این حالت هنوز چرخ‌دنده اصلی به آن مقدار نچرخیده است که با پین‌های دیسک خروجی درگیر شود. در ناحیه دوم، تغییرات زاویه با یک شیب شدید مشاهده می‌شود که در این حالت دیسک خروجی با چرخ‌دنده درگیر شده است. در ناحیه سوم، نمودار تغییرات زاویه‌ای یک شیب ثابت به خود می‌گیرد و در این حالت دیسک خروجی به خوبی با چرخ‌دنده اصلی درگیر شده و سرعت یکنواختی دارد. از اطلاعات بخش سوم نمودار می‌توان برای استخراج نسبت تبدیل استفاده کرد. با توجه به نمودار شکل ۹، میزان سرعت دورانی را بر اساس مقادیر میزان جابه‌جایی زاویه‌ای برحسب زمان مطابق رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود:

جدول ۳ اطلاعات مربوط به تغییرات زاویه‌ای دیسک خروجی

میزان دوران	زمان
6.5277°	0.031735 s
19.638°	0.1 s

$$\omega = \frac{19.638 - 6.5277}{0.1 - 0.031735} = 192.05 \frac{\text{deg}}{\text{s}} = 32.08 \text{ rpm} \approx 32 \text{ rpm} \quad (11)$$

## ۵- نتیجه‌گیری

جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی، گروهی از جعبه‌دنده‌ها هستند که علی‌رغم مزایای بسیار زیاد از جمله لقی بسیار کم، نسبت تبدیل بالا به صورت هم‌محور در حجم بسیار کم، مقاومت بیشتر در مقابل ضربه و شوک، به دلیل پیچیدگی شکل پروفیل دندانه‌ها کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این امر باعث شده که هزینه طراحی و ساخت این جعبه‌دنده‌ها با توجه به دقت بالای آن‌ها، صرفه اقتصادی کمتری داشته باشد. با توجه به اینکه سایر کشورها مانند آلمان، ژاپن و چین در زمینه‌ی جعبه‌دنده‌های سیکلوئیدی پیشرفت‌های چشمگیری داشته‌اند، نیاز به انجام تحقیقات بیشتر در حوزه طراحی و ساخت این دسته از جعبه‌دنده‌ها وجود دارد. در این مقاله ضمن معرفی چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی و بررسی نحوه کار آن‌ها، معادلات مربوطه بیان شده و برای یک نمونه جعبه‌دنده با نسبت تبدیل ۴۷ قطعات در نرم‌افزار اجزاء محدود انسیس مورد تحلیل قرار گرفته است. تنش‌های اصلی و تنش‌های

برشی مورد ارزیابی قرار گرفته است و برای جنس مورد استفاده تنش‌ها کاملاً در محدوده ایمن طراحی قرار داشت. همچنین با توجه به متغیر بودن سرعت زاویه‌ای چرخ‌دنده‌های سیکلوئیدی به دلیل حرکت خارج از مرکز شفت و دیسک سیکلوئیدی، سرعت خروجی بر اساس نتایج اجزاء محدود محاسبه شد که کاملاً با هدف طراحی مطابقت داشت.

## Authorship Contribution Statement

**Dr. Seyed Hadi Hosseini**



**Biography:** Seyed Hadi Hosseini received his Ph.D. degree in mechanical engineering from the Iran University of Science and Technology (IUST), Tehran, Iran in 2019. His research interests include finite element modeling, metal forming, and manufacturing processes. In addition to his academic work, he also has experience in industrial activity

**Contribution Statement:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Validation, Formal Analysis, Investigation, Writing – original draft.

**Davood Manshoor**



**Biography:** Davood Manshoor is a Ph.D. student in the Islamic Azad University Science and Research Branch, Tehran. His research fields include modeling of finite elements, investigation form of materials according to the amount of load, heat and energy transfer, and optimization in energy consumption.

**Contribution Statement:** Conceptualization, Software, Writing – original draft, Investigation.

**Dr. Jalal Joudaki**



**Biography:** Jalal Joudaki received his Ph.D. degree in mechanical engineering from the Iran University of Science and Technology (IUST), Tehran, Iran in 2016. He is a faculty member (Assistant Professor) in the Mechanical Engineering Department of Arak University of Technology, Iran. His research interests include experimental tests, finite element modeling, metal forming, and manufacturing processes.

**Contribution Statement:** Contribution Statement: Conceptualization, Formal analysis, Investigation, Visualization, Writing – original draft, Writing – review & editing.

## ۶- مراجع

- [1] Kumar N. Investigation of drive-train dynamics of mechanical transmissions incorporating cycloidal drives. Ph. D. Thesis, Queensland University of Technology, 2015.
- [2] Blanche JG, Yang DCH. Cycloid drives with machining tolerances. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. 1989;111:337-344.
- [3] Yan HS, Lai TS. Geometry design of an elementary planetary gear train with cylindrical tooth-profiles. Mechanism and machine theory. 2002;37:757-767.
- [4] He W, Li X, Li L, Schmidt L. A new drive with high-load capacity and high transmission efficiency. Proceedings of the ASME 2000 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Volume 7B: 26th Biennial Mechanisms and Robotics Conference. Baltimore, Maryland, USA, 2000;1089-1093.

- [5] Gorla C, Davoli P, Rosa F, Longoni C, Chiozzi F, Samarani A. Theoretical and experimental analysis of a cycloidal speed reducer. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2008;130:112604.
- [6] Blagojević M, Nikolić V, Marjanović N, Veljović LJ. Analysis of cycloid drive dynamic behavior. *Scientific Technical Review*. 2009;59:52-56.
- [7] Efremenkov EA, I-Kan A. Euler-Savari determination of radii of curvature of cycloid profiles. *Russian Engineering Research*. 2010;30:1001-1004.
- [8] Sensinger JW. Unified approach to cycloid drive profile, stress, and efficiency optimization. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2010;132:024503.
- [9] Blagojevic M, Marjanovic N, Djordjevic Z, Stojanovic B, Disic A. A new design of a two-stage cycloidal speed reducer. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2011;133:085001.
- [10] Blagojevic M, Kocic M, Marjanovic N, Stojanovic B, Djordjevic Z, Ivanović L, Marjanovic V. Influence of the friction on the cycloidal speed reducer efficiency. *Journal of the Balkan Tribological Association*. 2012;18:217-227.
- [11] Li S. Design and strength analysis methods of the trochoidal gear reducers. *Mechanism and Machine Theory*. 2014;81:140-154.
- [12] Bo W, Jiayu W, Guangwu Z, Rongsong Y, Hongjun Z, Tao H. Mixed lubrication analysis of modified cycloidal gear used in the RV reducer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2016;230:121-134.
- [13] Hsieh CF, Jian WS. The effect on dynamics of using various transmission designs for two-stage cycloidal speed reducers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2016; 230:665-681.
- [14] Wikło M, Krzysztof O, Krzysztof K, Król K, Komorska I. Experimental vibration test of the cycloidal gearbox with different working conditions. *Vibroengineering Procedia*. 2017;13:24-27.
- [15] Li T, An X, Deng X, Li J, Li Y. A new tooth profile modification method of cycloidal gears in precision reducers for robots. *Applied Sciences*. 2020;10:1266.
- [16] Jang DJ, Kim YC, Hong EP, Kim GS. Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. *Mechanism and Machine Theory*. 2021;164:104399.
- [17] Jiang N, Wang S, Xie X, Yuan X, Yang A, Zhang J. A vectorial modification methodology based on an efficient and accurate cycloid tooth profile model. *Precision Engineering*. 2022;73:435-456.
- [18] Wang J, Lv H. Modification and Optimization of Cycloidal Gear Tooth Profile Based on Machining Error Compensation. *Applied Sciences*. 2023;13:2581.
- [19] Wang X, Li L, Hao L, Wang H. Positioning accuracy prediction of precision cycloid reducer based on a BDDTE model and use in design optimization. *Precision Engineering*. 2024;88:27-43.
- [20] Esmailian M, Boroumand F. Design of mechanical components for brushless DC Motor. *Mechanics of Advanced and Smart Materials*. 2022;2(3)347-364.
- [21] Rahimi M, Mokhtari A, Moradzadeh H, Khandani K. Design and Implementation of a 3D Photocopier with Photogrammetric Method Using Linear Delta Robot Mechanism. *Mechanics of Advanced and Smart Materials*. 2022;2:134-155.
- [22] <https://www.tec-science.com/mechanical-power-transmission/cycloidal-drive-speed-reducer-gear/construction-of-the-cycloidal-disc/>, 2024.

- [23] SolidWorks, Dassault Systèmes. "SolidWorks®".
- [24] Chavan U, Joshi A, Kolambe Y, Gwalani H, Chaudhari H, Khalate A, Hujare P. Magnification of energy transmission ratio using miniature cycloidal gear box for humanoids. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2022;1272:012017.
- [25] Lin WS, Shih YP, Lee JJ. Design of a two-stage cycloidal gear reducer with tooth modifications. Mechanism and Machine Theory. 2014;79:184–197.
- [26] Qi L, Yang D, Cao B, Li Z, Liu H. Design principle and numerical analysis for cycloidal drive considering clearance, deformation, and friction. Alexandria Engineering Journal. 2024;91:403–418.
- [27] Stolarski T, Nakasone Y, Yoshimoto S. Engineering analysis with ANSYS software; Butterworth-Heinemann, 2018.
- [28] <https://castingquality.com/casting-technology/casting-material/stainless-steel/stainless-steel-ca15-ss410.html>, 2024.
- [29] <https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=f3cd25980ab24fdaa5893252cd2bc192&ckck=1>, 2024.