

Investigating the effect of fluid-structure interaction on the vibrations of fiber-metal laminated cylindrical shells bonded by piezoelectric actuator and sensor layer

Morteza Khademi-Kouhi ^{a*}, Ahmad Ghasemi Ghale-Bahman ^b, Amin Farrokh Abadi ^c,
Mohammad Reza Mohammad Aliha ^d, Mahmoud Jedi ^e

^a Department of Aerospace, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

^b Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

^c Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

^d Department of industrial engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran

^e Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Original Article

Use your device to scan
and read the article online



Citation: Khademi-Kouhi M, Ghasemi Ghale-Bahman A, Farrokh Abadi A, Mohammad Aliha M R. Investigating the effect of fluid-structure interaction on the vibrations of fiber-metal laminated cylindrical shells bonded by piezoelectric actuator and sensor layer. *Mechanics of Advanced and Smart Materials*. 2022;2: 449-462.

 <https://10.52547/masm.2.4.449>.

KEYWORDS

Free Vibration,
Cylindrical Shell,
Fiber- Metal Laminate,
Elasticity Theory,
FEM.

ABSTRACT

This research examines the problem of vibration of the cylindrical shells of multilayer metal fiber laminate with embedded piezoelectric layers that have fluid-structure interaction (FSI) based on the theory of three-dimensional elasticity. With a combined approach of the differential quadrature method (DQM) and the state space of the equations for the boundary conditions of the simple, restrained and free support, it is obtained. The natural frequencies of the laminated metal fiber cylindrical shell have been calculated by solving the special frequency equation, which is obtained by using the boundary conditions in this state equation. The effect of different boundary conditions, length to radius, fluid effect, fluid velocity and ambient wave number parameter and radius to thickness for carbon fiber reinforced aluminum (CARALL) are investigated (composite/metal volume ratio is considered constant). The consistency and convergence of the results of the present research is confirmed by comparing the natural frequencies in the literature.

Extended Abstract

1. Introduction

The so-called shell is an elastic object that is limited between two curved surfaces that are located at a small distance (compared to the rest of the dimensions). Among all structures, thin shells are the most widely used in the design of civil engineering, architecture, aerospace, mechanical and marine engineering structures. Examples of shell structures in architecture and civil engineering are large span roofs, water tankers, liquid storage structures, concrete dams, and nuclear power plant tanks. In mechanics, shells are used in piping systems, pressure vessels, and heat exchangers. Ships, missiles, airplanes, ships and submarines are examples of the use of shells in aerospace and marine.

* Corresponding author. Tel.: 09380028007

E-mail address: morteza.khademikouhi@mail.um.ac.ir

DOI: <https://10.52547/masm.2.4.449>.

Received: December 29, 2022; Received in revised form: February 26, 2023; Accepted: March 17, 2023.

© Author



One of the important goals in the design of the shell of the structure is to reduce the thickness to the minimum possible size so that in this way a light structure can be made with economic savings. The analysis of the shells has complications due to their curvature, the load bearing capacity of the shell is determined based on this curvature. And the occurrence of changes in it completely changes the strength of the structure, the shells mostly have large displacements compared to the thickness, and the thinner the shell becomes, the displacements will be larger in proportion, the important reason for using the non-linear plane theory and the shell is the same issue when analyzing the stability of the shells.

The idea of purposeful materials was first presented in 1984 by some material science scientists in the Sendai region of Japan. Composite materials are formed by the combination of two or more different materials that show different and sometimes incompatible physical properties. The lack of uniformity in the behavior of composite materials causes disintegration and concentration of stress in the boundaries of the layers due to thermal and mechanical loading. Limitations in the properties of pure materials. Composite materials are a type of advanced materials in which the combination of simple materials is used to create new materials with better mechanical and physical properties. The components retain their properties and are not dissolved in each other. They do not combine. In other words, the need for new materials that have more complete and extensive properties led man to combine pure materials with each other and produce composite materials. In the same way, composite materials were made by combining pure materials, which had very good advantages, but due to discontinuity of properties, they had weak points and did not meet many needs. For this reason, the idea of making a new type of composite material in which the properties change continuously and does not have the problems related to delamination, discontinuous distribution of stress, stress concentration of the previous composite materials, leads researchers to the construction and production of metal fiber composite materials. Lamination led.

Composite materials can be divided into the following three categories: 1- Natural composite materials 2- Microscopic composite materials 3- Macroscopic composite materials, the properties that are optimized by combining materials are: 1- Light weight and volume reduction 2- Mechanical resistance 3- Resistance to wear and corrosion 4- Resistance to moisture factors 5- Prevention of heat emission 6- Prevention of sound emission 7- Durability against fatigue 8- Hardness 9- Economy, naturally, all these advantages cannot be obtained at the same time. . Rather, it is based on the prioritization of needs. Composite materials are the ideal material in cases where the ratio of strength to weight and hardness to weight is very important. Airplanes and spacecraft are examples of light and hard structures in which composite materials are very important

Shells are usually subjected to dynamic loads that cause them to vibrate. In most cases, the fluctuations of the shell are limited to small, common and common displacements, most of the air structures such as airplanes are made of the shell. In engineering studies, the aircraft body is considered as a cylindrical shell, this assumption helps to gain a better understanding of the vibrations and vibration behavior of the aircraft body. In addition to reducing the life of its parts, body vibrations are also considered as one of the factors that cause noise that disturbs the peace of passengers. In order to solve the problems caused by body vibration, it is first necessary to know the frequencies of the cylindrical shell. To achieve this, the vibrational behavior and the shape of its modes should be analyzed and the effect of different parameters on it should be studied.

This research investigates the problem of vibration of cylindrical shells of multi-layer aluminum laminated metal fiber reinforced with carbon fibers, which has fluid-structure interaction, based on the theory of three-dimensional elasticity. With a combined approach of the differential quadrature method and the state space of the equations for the boundary conditions of the simple, restrained and free support, it is obtained. The natural frequencies of the laminated metal fiber cylindrical shell have been calculated by solving the special frequency equation, which is obtained by using the boundary conditions in this state equation. The effect of different boundary conditions, length to radius, fluid effect, fluid velocity and ambient wave number parameter and radius to thickness have been investigated for aluminum reinforced with carbon fibers (composite/metal volume ratio is considered constant). The consistency and convergence of the results of the present research is confirmed by comparing the natural frequencies in the literature.



بررسی اثر برهمکنش سیال - سازه بروی ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای چندلایه الیافی - فلزی با لایه محرک پیزوالکتریک و سنسور تعبیه شده

مرتضی خادمی کوهی^{الف*}، احمد قاسمی قلعه بهمن^ب، امین فرخ آبادی^ج، محمدرضا محمد علیها^د، محمود جدی^ه

^{الف} دانشجوی دکترا، گروه هوافضا، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، morteza.khademikouhi@mail.um.ac.ir

^ب دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، Ghasemi@semnan.ac.ir

^ج دانشیار، گروه هوافضا، دانشکده مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، amin-farrokx@modares.ac.ir

^د دانشیار، گروه صنایع، دانشکده صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران، mrm_aliha@iust.ac.ir

^ه دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه مالک اشتر، تهران، ایران، m.jedi100@mut.ac.ir

چکیده	واژگان کلیدی
این پژوهش به بررسی مشکل ارتعاش پوسته‌های استوانه‌ای فیبر فلز لمینیت چندلایه آلومینیوم تقویت‌شده با الیاف کربن (CARALL) که دارای اندرکنش سیال-سازه (FSI) است بر اساس تئوری الاستیسیته سه‌بعدی می‌پردازد. با رویکردی ترکیبی از روش تربیع دیفرانسیل (DQM) و فضای حالت معادلات برای شرایط مرزی تکیه‌گاهی ساده، گیردار و آزاد به دست می‌آید. فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای فیبر فلز لمینیت با حل معادله فرکانس ویژه محاسبه شده است که با استفاده از شرایط مرزی در این معادله حالت به دست می‌آید. اثر شرایط مرزی مختلف، طول به شعاع، اثر سیال، سرعت سیال و پارامتر عدد موج محیطی و شعاع به ضخامت برای آلومینیوم تقویت‌شده با الیاف کربن (CARALL) مورد بررسی قرار گرفته است (نسبت حجمی کامپوزیت/ فلز ثابت در نظر گرفته شده است). مطابقت و همگرایی نتایج پژوهش حاضر با مقایسه فرکانس‌های طبیعی در ادبیات تأیید می‌شود.	ارتعاشات آزاد، پوسته استوانه‌ای، فیبر فلز لمینیت، تئوری الاستیسیته، روش اجزاء محدود. تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۰۸ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۲/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۲۶

۱- مقدمه

۱-۱- فیبر-فلز لمینیت (FML)

امروزه با پیشرفت صنعت، نیاز به سازه‌های سبک و با خصوصیات مکانیکی بالا احساس می‌شود. FMLها (Fiber Metal Laminates) مواد مرکب ترکیبی ساخته‌شده از چندین لایه متقاطع شامل فلز که با چسب و الیاف تقویت شده هستند که خصوصیات مکانیکی آن را می‌توان با تغییر تعداد لایه‌ها و ضخامت و زوایای الیاف و لایه‌ها می‌توان به‌آسانی افزایش داد. این ویژگی به آن‌ها خصوصیتی مانند سازه سبک و خصوصیات مکانیکی بالا مانند مقاومت بسیار خوب در برابر بارگذاری ضربه‌ای و چگالی کم و تحمل آسیب بالا بخشیده است که در صنایع مختلفی مانند هوافضا و خودرو مورد توجه هستند. اولین FML با نام چگالی کم و تحمل آسیب بالا بخشیده است که در صنایع مختلفی مانند هوافضا و خودرو مورد توجه هستند. اولین FML با نام ARALL (Aramid Reinforced Aluminium Laminate) با داشتن ویژگی مقاومت بالا در برابر خستگی نسبت به فلزات دیگر مانند استیل و آلومینیوم توسط Vogelesang و همکاران ساخته شد [۱-۵]. GLARE بیشترین فرکانس طبیعی را در بین انواع

دیگر ورقه‌های فیبر فلز لمینیت در تحلیل ارتعاشات آزاد در شرایط غیر چرخشی دارا است. ورقه‌های فلزی بر پایه کربن/اپوکسی در قیاس با انواع دیگر ورقه‌های فلزی فیبر لمینیت برای هر نسبت ابعاد فرکانس طبیعی بیشتری دارند [۶-۸]. در یک چیدمان مشخص، تأثیر هسته‌های لانه زنبوری بر ارتعاش آزاد تیرهای فیبر فلز لمینیت (FML) در مقایسه با کامپوزیت‌های معمولی، فرکانس طبیعی برای هر دو شبیه به هم است. با در نظر گرفتن خواص مکانیکی مواد هسته دقت نتایج افزایش چشمگیری پیدا می‌کند ولی محاسبات پیچیده خواهد شد [۹]. پاسخ‌های دینامیکی غیرخطی تیرهای FML که بر روی پایه‌های بدون کشش تحت بارهای متحرک در محیط حرارتی قرار دارند، با رسیدن نوسانات به یک مقدار مشخص، انحرافات به تدریج افزایش یافته و سپس با افزایش سرعت کاهش می‌یابد. انحراف تیر FML لولایی بسیار بیشتر است [۱۰]. در بررسی استحکام خمشی ورقه‌های فلزی کربن/الیاف اپوکسی آلومینیومی از طریق آزمایش خمش سه نقطه‌ای مشخص شد که ضخامت لایه و چسبندگی لایه بر استحکام خمشی FML تأثیر می‌گذارد. دقیقاً وجود یک لایه چسب بین لایه‌های کامپوزیت و ورق فلزی باعث استحکام خمشی می‌شود [۱۱]. کنترل رفتار میرایی در کامپوزیت‌های FML، اکثراً توسط مدول ذخیره‌سازی (EO) تقویت‌کننده و فلز به صورت مشترک انجام می‌شود [۱۲]. با افزایش زمان، پارامتر دما تأثیر زیادی بر دامنه ارتعاش تیر FML می‌گذارد و باعث افزایش آن می‌شود. همچنین با بزرگ‌تر شدن نسبت باریکی، دامنه ارتعاش تیر FML افزایش می‌یابد. تغییر شکل برشی عرضی بیشترین تأثیر را در زمانی که نسبت باریکی کم است، بر رفتار دینامیکی غیرخطی تیر FML دارد [۱۳-۱۵].

۱-۲- مواد مرکب تقویت‌شده با پیزوالکتریک

امروزه نانولوله‌های کربنی (CNT) به دلیل خواص مکانیکی و عملکردشان دارای کاربرد بسیار زیادی در برنامه‌های کاربردی مهندسی هستند. افزودن CNT ها در یک ماتریس می‌تواند باعث اصلاح و تقویت چشمگیر رفتار مکانیکی، الکتریکی، حرارتی شود. همچنین با جایگزین کردن CNT ها بجای الیاف کربن می‌توان خواص مکانیکی کامپوزیت اصلی مانند مدول الاستیک و استحکام خمشی را تقویت کرد.

ولتاژ اعمال شده به پوسته استوانه‌ای FGM که به لایه‌های نازک پیزوالکتریک متصل شده است بسیار زیاد به پارامتر نسبت شعاع وسط به ضخامت وابسته است و با اعمال ولتاژ می‌توان اثر بار مکانیکی را کنترل کرد. همچنین در یک پوسته همگن پارامتر فرکانس در یک نسبت شعاع میانی به ضخامت مشخص کمتر از نسبت شعاع متوسط به ضخامت در یک پوسته استوانه‌ای FGM است. اثرات FGM در یک پوسته نازک کمتر از یک پوسته ضخیم است [۱۶، ۱۷]. اثرات پارامترهای تراکم بر فرکانس طبیعی در ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای FML با لایه پیزوالکتریک چشمگیر است. همچنین فرکانس در پوسته استوانه‌ای CNT/FML به دلیل دارا بودن لایه فلزی بیشتر از پوسته استوانه‌ای CNT/FPL است. با افزایش نسبت L/R، فرکانس طبیعی و سفتی میکروپانل کمتر می‌شود. با در نظر گرفتن محیط الاستیک اطراف در یک کسر حجمی معین، نسبت ابعاد می‌تواند سفتی میکروپانل را افزایش داده و منجر به افزایش فرکانس طبیعی شود [۱۸-۲۰]. ویژگی‌های خمش غیرخطی صفحات کامپوزیتی FGM تقویت‌شده با نانولوله کربنی در محیط‌های حرارتی به صورت چشمگیری به شرایط مرزی داخل صفحه، نسبت ابعاد صفحه، افزایش دما همچنین کسر حجمی نانولوله و تغییر شکل برشی عرضی وابستگی دارد [۲۱-۲۳]. نتایج تحلیل پایداری دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای با لایه‌های پیزوالکتریک همگن را با توجه به عدم وابستگی پوسته‌ها به پارامتر ناهمگنی می‌توان به عنوان مرجع مناسبی برای پوسته‌های استوانه‌ای FGM با لایه‌های پیزوالکتریک در نظر گرفت [۲۴]. در تئوری مرتبه بالا برای مدل‌سازی دقیق، پتانسیل الکتریکی ضروری است. مواد پیزوالکتریک FGM نسبت به مواد پیزوالکتریک همگن از لحاظ فعال‌سازی و سنجش، کارایی بیشتری دارند [۲۵].

۱-۳- برهمکنش سیال - سازه (FSI)

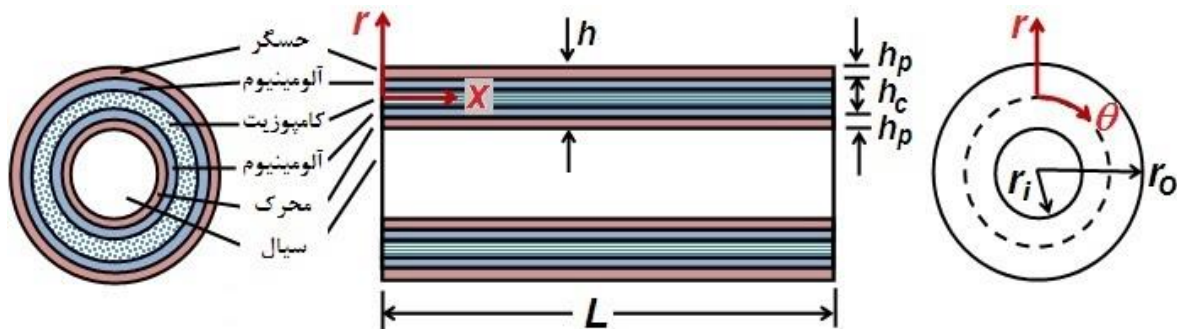
ادبیات فوق ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای در خلأ را مورد بررسی قرار داده‌اند. با توجه به کاربرد پوسته‌های نازک در تماس با سیال یا غوطه‌ور در سیال که بیشترین میزان استفاده را در طراحی سازه‌های مهندسی عمران، معماری، هوافضا، مکانیک و مهندسی دریایی را دارا می‌باشد مانند زیردریایی‌ها، تانکرهای آب، سازه‌های نگهداری مایعات، مخازن نیروگاه‌های هسته‌ای، بررسی ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای در تماس با سیال متراکم بسیار ضروری به نظر می‌رسد. در اکثر ادبیات، آب به عنوان contained liquid در نظر گرفته شده است.

در ارتعاشات آزاد خمشی پوسته استوانه‌ای FGM با اعمال شرایط مرزی و افزایش ضخامت، فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد اما با افزایش ارتفاع سطح سیال و شاخص کسر حجمی، فرکانس طبیعی کمتر می‌شود [۲۶]. برای ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای FGM با افزایش مقدار سطح سیال (H) و پارامتر شاخص کسر حجمی (N)، فرکانس طبیعی پوسته کم می‌شود. تأثیر سفت کننده‌ها و موقعیت آن‌ها بر رفتار دینامیکی پوسته استوانه‌ای درجه‌بندی شده عملکردی قابل ملاحظه است. همچنین با افزایش پارامتر مدول بستر الاستیک و وینکلر مقدار پارامتر فرکانس طبیعی نیز افزایش پیدا می‌کند [۲۷، ۲۸]. در پوسته استوانه‌ای FGPM حاوی مایع متراکم که تحت بارگذاری‌های مکانیکی، الکتریکی و حرارتی قرار دارد بیشترین تنش و جابجایی شعاعی بجای مرکز پوسته در مرز پوسته اتفاق می‌افتد. با افزایش ضریب ویسکوزیته و سرعت سیال، مقدار تنش و جابجایی محوری بیشتر می‌شود و مقدار پارامتر شعاعی کاهش می‌یابد [۲۹، ۳۰]. فرکانس طبیعی برای یک پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک پر از سیال نصف مقدار فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای خالی است. پارامتر فرکانس طبیعی به عدد موج محیطی وابستگی زیادی دارد و اثر مدول الاستیک چشمگیر است [۳۱، ۳۲].

با توجه به مطالعات موجود، در این پژوهش بررسی جدید در مورد ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای FML با لایه پیزوالکتریک تعبیه شده با اندرکنش سیال-سازه بر اساس تئوری الاستیسیته سه‌بعدی پرداخته شده است. لازم به ذکر است که اثرات سیال متراکم بر ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای FML مورد بررسی قرار نگرفته است. اثر سرعت سیال و پارامترهای عدد موج محیطی و عدد موج عرضی و نسبت طول به شعاع در کامپوزیت تقویت‌شده با CNT مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

شکل (۱) یک پوسته استوانه‌ای دایره‌ای هیبریدی با ضخامت یکنواخت h را در مختصات استوانه‌ای (r, θ, x) نشان می‌دهد که حسگر و محرک پیزوالکتریک به سطوح بالا و پایین آن متصل شده است. پوسته استوانه‌ای کامپوزیت / فلز / پیزوالکتریک از پنج قسمت حسگر، فلز، کامپوزیت پلیمری، محرک و سیال داخلی تشکیل شده است. طول استوانه L ، شعاع داخلی r_i ، شعاع خارجی r_o ، ضخامت لایه پیزوالکتریک h_p ، ضخامت مجموع لایه‌های کامپوزیت و فلز h_c می‌باشد. این پوسته استوانه‌ای دارای تعداد مشخصی لایه کامپوزیت و فلز (nl) می‌باشد.



شکل ۱ تصویر شماتیک و مختصات پوسته استوانه‌ای اف ام ال با لایه‌های فلزی، پیزوالکتریک و کامپوزیت

۲-۱- لایه‌های پیزوالکتریک

روابط ساختاری در سیستم مختصات (r, θ, x) برای یک لایه پیزوالکتریک به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \sigma &= C\varepsilon - e^T E \\ D &= e\varepsilon + \mu E \end{aligned} \quad (1)$$

بردارها و ماتریس‌های ارائه‌شده در رابطه (۱) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \sigma &= \{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \sigma_r \quad \tau_{x\theta} \quad \tau_{rx} \quad \tau_{x\theta}\}^T, \varepsilon = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_\theta \quad \varepsilon_r \quad \gamma_{r\theta} \quad \gamma_{rx} \quad \gamma_{x\theta}\}^T \\ E &= \{E_x \quad E_\theta \quad E_r\}^T, D = \{D_x \quad D_\theta \quad D_r\}^T \end{aligned}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_4 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & e_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix}$$

معادلات الکترواستاتیک و معادلات حرکت را می‌توان در غیاب نیروهای جسم به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}$$

$$D_{r,r} + \frac{D_r}{r} + \frac{D_{\theta,\theta}}{r} + D_{z,z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{D_r}{r} + \frac{\partial D_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial D_x}{\partial x} = 0,$$

می‌توان روابط کرنش - جابجایی، پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را به صورت زیر نوشت:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \gamma_{xr} = \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial x}, \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \gamma_{r\theta} = -\frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, \gamma_{x\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial \theta},$$

$$E_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad E_r = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (5)$$

برای سنسور و محرک در سطوح بیرونی، معادلات شرایط مرزی و الکتریکی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sigma_r = \tau_{rz} = \tau_{r\theta} = 0, \quad D_z = 0, \quad \text{at} \quad r = r_i \quad (6)$$

$$\sigma_r = \tau_{rz} = \tau_{r\theta} = 0, \quad \psi = 0, \quad \text{at} \quad r = r_o$$

روابط برای شرایط مرزی تکیه‌گاهی ساده در لبه‌ها به صورت زیر است:

$$\sigma_r = \bar{\sigma}_r(r, x) \cos(m\theta) e^{i\omega t}, \quad u_r = \bar{u}_r(r, x) \cos(m\theta) e^{i\omega t}$$

$$u_\theta = \bar{u}_\theta(r, x) \sin(m\theta) e^{i\omega t}, \quad u_x = \bar{u}_x(r, x) \cos(m\theta) e^{i\omega t} \quad (7)$$

$$\tau_{xr} = \bar{\tau}_{xr}(r, x) \cos(m\theta) e^{i\omega t}, \quad \tau_{r\theta} = \bar{\tau}_{r\theta}(r, x) \sin(m\theta) e^{i\omega t}$$

$$D_r = \bar{D}_r(r, x) \cos(m\theta) e^{i\omega t}, \quad \psi = \bar{\psi}(r, x) \cos(m\theta) e^{i\omega t}$$

که در آن $m = 1, 2, \dots$ و توابع $\bar{u}_r(r, x)$, $\bar{\sigma}_r(r, x)$ و توابع مجهولی از r و x می‌باشند. با جایگذاری معادلات (۴)، (۵) و (۷) در معادلات (۱)، (۲) و (۳) معادلات فضای حالت به دست می‌آیند:

$$\frac{d}{d_r} \delta p = \bar{\Gamma}_p \delta p \quad (8)$$

برای لایه‌های پیزوالکتریک در سطوح بالایی و پایینی، $\bar{\Gamma}_p$ یک ماتریس ضرایب ثابت 8×8 است. همچنین متغیرهای حالت عبارت‌اند از:

$$\delta_p = \{\bar{\sigma}_r, \bar{u}_x, \bar{u}_\theta, \bar{u}_r, \bar{\tau}_{rx}, \bar{\tau}_{r\theta}, \bar{D}_r, \bar{\psi}\}^T \quad (9)$$

۲-۲- ارائه راه حل دقیق برای مسئله

می توان راه حل دقیقی برای پوسته استوانه‌ای اف ام ال با شرایط مرزی تکیه‌گاهی ساده با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی به دست آورد. با اعمال فرضیات بیشتر برای توابع مجهول، معادلات زیر جایگزین می‌گردد:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r(r, x) &= \sigma_r(r) \sin(\beta_n x), & \bar{u}_r(r, x) &= u_r(r) \sin(\beta_n x), & \bar{u}_\theta(r, x) &= u_\theta(r) \sin(\beta_n x) \\ \bar{u}_x(r, x) &= u_x(r) \cos(\beta_n x), & \bar{\tau}_{xr}(r, x) &= \tau_{xr}(r) \cos(\beta_n x), & \bar{\tau}_{r\theta}(r, x) &= \tau_{r\theta}(r) \sin(\beta_n x) \\ \bar{D}_r(r, x) &= D_r(r) \sin(\beta_n x), & \bar{\psi}(r, x) &= \psi(r) \sin(\beta_n x) \end{aligned} \quad (10)$$

که در اینجا ضرایب $\beta_n = n\pi/L$ می‌باشند. با استفاده از معادلات (۸) و (۱۰) می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{dr} \delta p = \Gamma_p \delta p \quad (11)$$

اگر R_k شعاع متوسط لایه k ام باشد برای نازک فرض نمودن هر لایه، تقریب $\xi_k \ll R_k$ اعمال می‌گردد که در آن ξ مختصات محلی شعاعی واقع بر مرکز لایه k ام و ماتریس Γ_p یک ماتریس ضرایب ثابت فرض می‌شود. با توجه به اینکه هر لایه به‌عنوان یک پوسته نازک در نظر گرفته شده، می‌توان معادلات زیر را دنبال کرد:

$$R_k = r(1 - \eta_k), \quad R_k^2 = r^2(1 - 2\eta_k) \quad (12)$$

که در آن $\xi_k = R_k - r$ ، $\eta_k = \xi_k/r$ می‌باشند. در این روابط بسیار ناچیز است که می‌توان از آن صرف‌نظر نمود. با حل معادله (۱۱) و با استفاده از معادله (۱۲) می‌توان نوشت:

$$\delta p(\eta) = \exp[\bar{\Gamma}_p(\eta - \eta_{K-1})] \bar{\delta}_p(\eta_{K-1}), \quad (-\Lambda \leq \eta \leq \Lambda) \quad (13)$$

که در آن $\Lambda = h_K/2R_K$ می‌باشد. با جایگذاری $\eta = \eta_k$ و $\eta = \eta_{k+1}$ در معادله (۱۳) به ترتیب روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$\delta p(\eta_k) = \exp[\Gamma_p^h h_K] \delta p(\eta_{K-1}) \quad (14)$$

$$\delta p(\eta_{K+1}) = \exp[\Gamma_p^{K+1} h_{K+1}] \delta p(\eta_K)$$

از معادله (۱۴) می‌توان رابطه زیر را نتیجه گرفت:

$$\delta(\eta_{K+1}) = \exp[\Gamma^{K+1} h_{K+1}] \exp[\Gamma^k h_K] \delta(\eta_{K-1}) \quad (15)$$

با بسط معادله (۱۵) در کل ضخامت، رابطه بین سطوح خارجی و داخلی سنسور و محرک به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\delta(R_0) = T^a \delta(R_0 - h_p) \quad (16)$$

$$\delta(R_i - h_p) = T^s \delta(R_i)$$

در این روابط R_i و R_0 به ترتیب معرف شعاع داخلی و خارجی لایه دلخواه K ام می‌باشند. همچنین $T^a =$

$$T^s = \prod_{k=p}^1 \exp[\Gamma_s^k h_K/R_K] \text{ و } \prod_{k=p}^1 \exp[\Gamma_a^k h_K/R_K] \text{ می‌باشند.}$$

۲-۳- فرمول‌بندی لایه‌های کامپوزیت

به‌صورت مشابه برای زیر لایه‌های پوسته استوانه‌ای اف ام ال معادله حالت و متغیرهای حالت به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{d}{dr} \delta_c = \Gamma_c \delta_c, \quad (17)$$

$$\delta_c = \{\sigma_r \quad u_x \quad u_\theta \quad u_r \quad \tau_{rx} \quad \tau_{r\theta}\}^T \quad (18)$$

Γ_c یک ماتریس ضرایب ثابت 6×6 است که با اعمال $e_{ij} = 0$ حاصل می‌شود. اکنون با اعمال روش استفاده شده در معادله

(۱۶)، رابطه بین سطوح خارجی و داخلی پوسته استوانه‌ای به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\delta_C(R_O - h_P) = G^C \delta_C(R_i + h_P) \quad (۱۹)$$

در این رابطه $G^C = \prod_{K=N}^1 \exp[\Gamma_C^K h_K/R_K]$ می باشد.

۲-۴- معادلات برهمکنش سیال - سازه

فرض می‌کنیم که پوسته استوانه‌ای توسط یک سیال تراکم ناپذیر، غیر ایده آل و غیرقابل چرخش پر شده است. برای یک جریان بدون چرخش، پتانسیل سرعت آشفته φ برحسب پتانسیل اغتشاش ناپایدار Φ و سرعت جریان یکسان V به شرح زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi = -Vx + \Phi \quad (۲۰)$$

در اینجا V نشان‌دهنده سرعت جریان در جهت محوری است. با توجه به مفروضات در نظر گرفته شده، پتانسیل اغتشاش از طریق معادله لاپلاس زیر را به دست می‌آید:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (۲۱)$$

فشار اغتشاش اعمال شده به سطح داخلی پوسته را می‌توان به صورت بیان کرد:

$$p = \rho_f \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + U \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{r=R} \quad (۲۲)$$

که در آن چگالی جرمی سیال داخلی است. برای داشتن شرایط نفوذناپذیری در مرز مشترک سیال و سازه، سرعت شعاعی سیال باید برابر با سرعت سازه باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=R} = \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (۲۳)$$

بنابراین، معادلات حرکت سیال با معادلات (۲۰)، (۲۱)، و (۲۲) تعریف می‌شوند.

۲-۵- فرمول‌بندی ماتریس انتقال کلی و شرایط مرزی

از اولین رابطه معادله (۱۶) می‌توان نوشت:

$$D_r(R_O - h_P) = -[t_{8j}^a] \delta_P^m(R_O - h_P)/t_{87}^a \quad (۲۴)$$

در این معادله t_{ij}^a مربوط عنصر سطر i ام و ستون j ام ماتریس T^a می‌باشد. همچنین $\delta_P^m(R_O - h_P)$ بیانگر متغیرهای مکانیکی محرک در سطوح داخلی می‌باشند. اکنون با جایگذاری رابطه $\psi(R_O - h_P) = 0$ و معادله (۲۴) در اولین رابطه معادله (۱۶)، داریم:

$$\delta_P^m(R_O) = G^a \delta_P^m(R_O - h_P) \quad (۲۵)$$

که در اینجا $i, j = 1, \dots, 6$ و ماتریس $G^a = ([t_{ij}^a] - \{t_{i8}^a\}[t_{8j}^a])/t_{87}^a$ می‌باشد. دومین رابطه معادله (۱۶) نیز برای سطوح داخلی سنسور با استفاده از میدان پتانسیل الکتریکی ψ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\psi(0) = [t_{8j}^s] \delta_P^m(0)/t_{88}^s \quad (۲۶)$$

در این رابطه t_{ij}^s مربوط عنصر سطر i ام و ستون j ام ماتریس T^s می‌باشد. همچنین با جایگذاری معادله اخیر و رابطه $D_r(0) = 0$ در دومین رابطه معادله (۱۶) می‌توان چنین نوشت:

$$\delta_P^m(R_i + h_P) = G^s \delta_P^m(R_i) \quad (۲۷)$$

در اینجا نیز $i, j = 1, \dots, 6$ و ماتریس $G^s = ([t_{ij}^s] - \{t_{i8}^s\}[t_{8j}^s])/t_{88}^s$ می‌باشد. با توجه به پیوسته بودن متغیرهای مکانیکی در سطوح داخلی سنسور، پوسته استوانه‌ای و محرک با استفاده از روابط (۱۹) و (۲۵) و (۲۷) می‌توان رابطه‌ای برای بین متغیرهای مکانیکی سطوح خارجی و داخلی به صورت زیر نوشت:

$$\delta_p^m(R_o) = G\delta_p^m(R_i) \quad (28)$$

که در این رابطه، $G = G^a G^c G^s$ معرف ماتریس انتقال کلی است.

برای پارامتر کشش سطحی وارد شده به سطوح داخلی و خارجی پوسته استوانه‌ای با استفاده از رابطه اخیر به صورت زیر خواهد بود:

$$[G_{ij}]\{\delta_j\} = \{0 \ 0 \ 0\}^T \quad (29)$$

که در اینجا G_{ij} مؤلفه‌های ماتریس انتقال کلی G و اندیس‌های $j = 1, 5, 6$ و $i = 2, 3, 4$ می‌باشند. برای داشتن جواب‌های غیر صفر در معادله (۲۹)، دترمینان ضرایب می‌بایست برابر صفر باشد که از حل آن فرکانس‌های طبیعی (مقادیر ویژه) به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$|G_{ij}| = 0 \quad (30)$$

۳- صحت سنجی نتایج

پوسته مورد تحلیل در این پژوهش یک پوسته استوانه‌ای هیبریدی چهار لایه متشکل از دو لایه آلومینیومی و دو لایه کربن/اپوکسی به صورت آلومینیوم/اپوکسی کربن/اپوکسی کربن/آلومینیوم تشکیل شده است. خواص این مواد در جدول ۱ آورده شده است. برای صحت سنجی مطالعه حاضر، نتایج با نتایج منتشر شده موجود در سایر ادبیات برای طیف وسیعی از نسبت‌های ضخامت به شعاع مقایسه می‌شوند. خواص مواد تشکیل دهنده به طور کامل در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱ خصوصیات مواد سازنده پوسته استوانه‌ای

Ex (Gpa)	Ey (Gpa)	Ez (Gpa)	ν_{xy}	ν_{yz}	ν_{xz}	Gxy (Gpa)	Gyz (Gpa)	Gxz (Gpa)	P (kg/m ³)	نام ماده
72.4	72.4	72.4	0.33	0.33	0.33	27.21	27.21	27.21	2700	آلومینیوم
60.8	58.2	58.2	0.07	0.4	0.07	4.5	5	4.55	1600	اپوکسی کربن

خواص حسگر و محرک پیزوالکتریک به طور کامل در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲ خصوصیات مواد سنسور پیزوالکتریک و محرک

C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₂₂	C ₂₃	C ₃₃	C ₄₄	C ₅₅	C ₆₆	
139	78	74	139	74	115	25.6	25.6	30.5	حسگر (PZT-4)
239	104	5	247	52	135	65	66	76	محرک (Ba ₂ NaNb ₅ O ₁₅)
e ₁	e ₂	e ₃	e ₄	e ₅	μ_1	μ_2	μ_3	ρ	
-5.2	-5.2	15.1	12.7	12.7	650	650	560	7500	حسگر (PZT-4)
-0.4	-0.3	4.3	3.4	2.8	196	201	28	5300	محرک (Ba ₂ NaNb ₅ O ₁₅)

جدول ۳ همگرایی پارامتر فرکانس $\Omega = R\omega\sqrt{(1-\nu^2)P/E}$ را با استفاده از تئوری الاستیسیته سه بعدی برای بررسی ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد را با شرایط مرزی ساده مقایسه می‌کند. نسبت حجم مرکب به فلز برای این مطالعه ثابت در نظر گرفته شد. علاوه بر این، بر اساس نتایج نشان داده شده در جدول ۲، اعتبارسنجی با مقایسه یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد تک لایه با نسبت طول به شعاع مختلف و تعداد امواج محیطی تحت شرایط مرزی پشتیبانی ساده انجام شد. مقایسه نشان می‌دهد که روش حاضر به خوبی با راه حل دقیق مطابقت دارد.

جدول ۴ اثر عدد موج محیطی را بر فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای هیبریدی تحت اندرکنش سیال - سازه و بدون اندرکنش سیال - سازه را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، برای زمانی که پوسته استوانه‌ای تحت اندرکنش سیال - سازه است فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای اف ام ال، برای $n < 2$ کاهش می‌یابد در حالی که برای $n \geq 2$ افزایش می‌یابد. برای پوسته استوانه‌ای هیبریدی بدون اندرکنش سیال - سازه، فرکانس طبیعی با شیب تند برای $n < 2$ کاهش می‌یابد اما با شیب تند برای $n \geq 2$ افزایش می‌یابد.

جدول ۳ مقایسه مقادیر پارامتر فرکانس $\Omega=R\omega\sqrt{(1-\nu^2)P/E}$ برای یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد با شرایط مرزی ساده ($m=1$)
($mR/L=0.05$)

h/R	n	Ω		
		Reference [8]	Reference [7]	Present
0.05	0	0.0961909	0.0929682	0.0937717
	1	0.0163488	0.0161029	0.016572
	2	0.0392916	0.0392710	0.0393011
	3	0.109782	0.1098113	0.109684
	4	0.210197	0.2102770	0.210118
0.002	0	0.096191	0.0929298	0.0939577
	1	0.0163518	0.0161011	0.0162445
	2	0.00552868	0.00545297	0.00547466
	3	0.00506018	0.00504148	0.00506398
	4	0.00853766	0.00853383	0.00855262

با توجه به نتایج نشان داده شده در جدول ۵، تأثیر عدد موج محیطی بر رفتار ارتعاشی پوسته استوانه‌ای هیبریدی بدون اندرکنش سیال - سازه بیشتر از زمانی است که پوسته حاوی سیال متراکم باشد. فرکانس طبیعی این نشان دهنده وابستگی این پارامتر به عدد موج محیطی است.

جدول ۴ مقایسه پارامتر فرکانس طبیعی بدون بعد پوسته استوانه‌ای FML با شرایط مرزی دو سر تکیه‌گاهی ساده

چیدمان لایه گذاری مختلف	n	فرکانس طبیعی			مهندس [۱۳]
		کامپوزیت تقویت شده با الیاف شیشه	مهندس [۱۳]	کامپوزیت تقویت شده با الیاف آرامید ^۱	
AL/0 ⁰	1	0.1586	0.1557	0.1908	0.1869
	2	0.0568	0.0552	0.0735	0.0716
	3	0.0292	0.0285	0.0373	0.0364
	4	0.0257	0.0250	0.0280	0.0272
	5	0.0343	0.0333	0.0326	0.0317
AL/0 ⁰ /90 ⁰ /0 ⁰	1	0.1537	0.1504	0.1784	0.1731
	2	0.0544	0.0530	0.0662	0.0645
	3	0.0283	0.0275	0.0338	0.0329
	4	0.0255	0.0247	0.0267	0.0260
	5	0.0341	0.0333	0.0329	0.0320

با توجه به نتایج، فرکانس‌های بی‌بعد نمونه‌های کامپوزیت تقویت شده با الیاف آرامید^۲ در شرایط مرزی مختلف بیشتر از نمونه کامپوزیت تقویت شده با الیاف شیشه است و فرکانس طبیعی بدون بعد برای حالت یک‌جهت بیشتر از مورد چیدمان با لایه‌بندی‌های چندلایه است.

جدول ۴ تأثیر مقادیر مختلف پارامتر موج محیطی بر پارامتر فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای هیبریدی با اندرکنش و بدون اندرکنش سیال - سازه ($hf/hp=10$, $L=10$, $m=1$, $V=0$)

n	با اندرکنش سیال - سازه	بدون اندرکنش سیال - سازه
1	13.631	48.422
2	7.710	25.098
3	16.416	42.852
4	34.043	88.108
5	59.484	141.504
6	93.017	206.519
7	134.947	222.975
8	185.439	222.975

در بررسی تأثیر عدد موج طولی بر فرکانس طبیعی در حالتی که پوسته استوانه‌ای دارای اندرکنش سیال - سازه است مشاهده می‌شود که افزایش عدد موج طولی، مقادیر فرکانس طبیعی را با همان شیب افزایشی برای سه نمونه افزایش می‌دهد. اما در حالتی که پوسته بدون اندرکنش سیال - سازه می‌باشد مشاهده می‌شود که برای $m < 3$ ، مقادیر فرکانس طبیعی افزایش یافته

¹ Aramid fibers

² ARALL (Aramid Aluminum Laminated)

است، اما در $m = 3$ منحنی افزایش کاهش یافته است. برای $m > 4$ ، مقادیر فرکانس طبیعی ثابت است. همچنین جدول ۵ وابستگی فرکانس طبیعی به عدد موج طولی را به وضوح نشان می‌دهد.

جدول ۵ تأثیر مقادیر مختلف پارامتر موج طولی بر پارامتر فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای هیبریدی با اندرکنش و بدون اندرکنش سیال-سازه ($hf/hp=10, L=10, m=1, V=0$)

m	با اندرکنش سیال - سازه	بدون اندرکنش سیال - سازه
1	13.631	48.422
2	36.796	127.960
3	60.701	205.835
4	84.924	222.975
5	109.331	222.975
6	133.602	222.975
7	157.396	222.975
8	180.417	222.975

طبق جدول ۶، با افزایش سطح سیال (H) و سرعت، سرعت سیال بر توزیع پتانسیل تأثیر می‌گذارد. علاوه بر این، افزایش سرعت سیال پتانسیل الکتریکی و فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای هیبریدی را کاهش می‌دهد.

جدول ۶ مقایسه مقادیر فرکانس برای یک پوسته استوانه‌ای FML با سرعت‌های مختلف ($hf/hp=10, R=1, L=10, n=1, m=1$)

CARALL	سرعت (m/s)	V
48.422	0	بدون سیال
13.631	0	با سیال
13.631	5	با سیال
13.623	10	با سیال
13.599	20	با سیال
13.552	30	با سیال
13.416	50	با سیال
12.756	100	با سیال
11.578	150	با سیال
9.676	200	با سیال

جدول ۷ نشان می‌دهد که با افزایش نسبت شعاع به ضخامت، S، در $m=1, 2, 3$ و $n=1, 2$ ، فرکانس طبیعی برای پوسته دارای اندرکنش با سیال افزایش می‌یابد. با این حال، برای $S=5; m=1, 2, 3$ و $n=3$ فرکانس طبیعی یک عدد ثابت می‌شود.

جدول ۷ مقادیر پارامتر فرکانس طبیعی پوسته FML با اندرکنش سیال-سازه ($hf/hp=10, L/R=10, n=1, m=1$)

S	m	CARALL		
		n		
		1	2	3
S=5	1	34.353	107.023	222.975
	2	93.248	121.490	222.975
	3	153.998	149.764	222.975
S=10	1	27.430	48.940	139.483
	2	74.675	62.818	144.592
	3	123.185	88.283	154.937
S=20	1	20.936	20.881	58.497
	2	57.144	35.252	62.348
	3	94.410	57.749	71.611
S=30	1	17.491	12.955	33.573
	2	47.682	26.865	37.274
	3	78.805	46.616	45.979

همان‌طور که از جدول ۸ مشاهده می‌شود با افزایش نسبت شعاع به ضخامت در $m=1, 2, 3$ و $n=1, 2, 3$ ، فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای هیبریدی بدون FSI افزایش می‌یابد. در مقابل، فرکانس طبیعی یک عدد ثابت برای $S=5$ است. $m=1, 2, 3$ و $n=3$ از

سوی دیگر، فرکانس طبیعی برای $S > 5$ افزایش می‌یابد.

جدول ۸ مقادیر پارامتر فرکانس طبیعی پوسته FML بدون اندرکنش سیال-سازه ($hf/hp=10, L/R=10, n=1, m=1$)

S	m	CARALL		
		n		
		1	2	3
S=5	1	49.003	145.371	222.975
	2	131.398	163.993	222.975
	3	213.840	200.519	222.975
S=10	1	48.932	81.845	213.848
	2	131.079	104.158	219.379
	3	212.256	144.759	222.975
S=20	1	48.995	45.255	113.867
	2	131.207	75.598	120.750
	3	212.185	122.183	136.745
S=30	1	48.979	33.422	77.054
	2	1.308	68.500	85.084
	3	2.113	1.171	1.041

۴- نتیجه‌گیری

این مطالعه ویژگی‌های ارتعاش پوسته‌های استوانه‌ای اف ام ال متصل به یک لایه پیزوالکتریک نازک و یک سنسور با و بدون اندرکنش سیال- سازه را برای نمونه کامپوزیت فلز آلومینیوم تقویت‌شده با الیاف کربن بررسی کرد. فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای استفاده از نظریه الاستیسیته سه‌بعدی به دست آمد. مقایسه نتایج به‌دست‌آمده با نتایج موجود در ادبیات، دقت و کارایی روش پیشنهادی را در پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای اف ام ال متصل به یک لایه پیزوالکتریک نازک و یک سنسور با و بدون اندرکنش سیال- سازه را نشان می‌دهد. همچنین مطالعات پارامتریک انجام شده در این تحقیق حاکی از نتایج زیر است:

- افزایش نسبت شعاع به ضخامت (S)، فرکانس طبیعی را هم با دارا بودن اندرکنش سیال - سازه و هم بدون اندرکنش سیال- سازه کاهش می‌دهد.
- افزایش نسبت طول به شعاع، فرکانس طبیعی و سفتی پوسته استوانه‌ای هیبریدی را با دارا بودن اندرکنش سیال- سازه و بدون اندرکنش سیال- سازه کاهش می‌دهد. با در نظر گرفتن یک محیط الاستیک در اطراف یک کسر حجمی خاص، نسبت ابعادی می‌تواند سفتی پوسته استوانه‌ای هیبریدی را افزایش داده و فرکانس طبیعی را افزایش دهد.
- فرکانس طبیعی با کاهش نسبت ضخامت به شعاع، کاهش می‌یابد.
- با افزایش نسبت شعاع به ضخامت، S، پارامترهای فرکانس به سرعت کاهش می‌یابد و در نهایت به مقدار ثابتی در پوسته استوانه‌ای هیبریدی می‌رسد.
- تأثیر ضخامت لایه پیزوالکتریک بر رفتار فرکانسی پوسته به مقدار ضخامت بستگی دارد. تأثیر لایه پیزوالکتریک می‌تواند فرکانس اساسی پوسته استوانه‌ای هیبریدی را افزایش دهد.
- عبور سیال از هسته پوسته منجر به فرکانس طبیعی کمتری نسبت به مورد بدون سیال می‌شود. علاوه بر این، با افزایش سرعت سیال، فرکانس طبیعی با سرعت بیشتری کاهش می‌یابد.

۵- مراجع

- [1] Şen I, Alderliesten RC, Benedictus R. Lay-up optimisation of fibre metal laminates based on fatigue crack propagation and residual strength. *Composite Structures*. 2015;124:77-87.
- [2] Vlot A, Gunnink JW. *Fibre metal laminates: an introduction*: Springer Science & Business Media, 2011.
- [3] Vlot A. *Glare: history of the development of a new aircraft material*: Springer Science & Business Media, 2007.

- [4] Vermeeren C. An historic overview of the development of fibre metal laminates. *Applied Composite Materials*. 2003;10:189-205.
- [5] Vogelesang LB, Vlot A. Development of fibre metal laminates for advanced aerospace structures. *Journal of materials processing technology*. 2000;103:1-5.
- [6] Ravishankar H, Rengarajan R, Devarajan K, Kaimal B. Free vibration behaviour of fiber metal laminates, hybrid composites, and functionally graded beams using finite element analysis. *International Journal of Acoustics and Vibration*. 2016;21:418-28.
- [7] Lam K, Loy C. Effects of boundary conditions on frequencies of a multi-layered cylindrical shell. *Journal of Sound and Vibration*. 1995;188:363-84.
- [8] Khdeir A, Reddy J. Influence of edge conditions on the modal characteristics of cross-ply laminated shells. *Computers & structures*. 1990;34:817-26.
- [9] Ameri B, Moradi M, Talebitooti R. Effect of Honeycomb Core on Free Vibration Analysis of Fiber Metal Laminate (FML) Beams Compared to Conventional Composites. *Composite Structures*. 2021;261:113281.
- [10] Chen Y, Fu Y, Zhong J, Tao C. Nonlinear dynamic responses of fiber-metal laminated beam subjected to moving harmonic loads resting on tensionless elastic foundation. *Composites Part B: Engineering*. 2017;131:253-9.
- [11] Bellini C, Di Cocco V, Iacoviello F, Sorrentino L. Flexural strength of aluminium carbon/epoxy fibre metal laminates. *Material Design & Processing Communications*. 2019;1:e40.
- [12] Botelho E, Campos A, De Barros E, Pardini L, Rezende M. Damping behavior of continuous fiber/metal composite materials by the free vibration method. *Composites Part B: Engineering*. 2005;37:255-63.
- [13] Mohandes M, Ghasemi AR, Irani-Rahagi M, Torabi K, Taheri-Behrooz F. Development of beam modal function for free vibration analysis of FML circular cylindrical shells. *Journal of Vibration and Control*. 2018;24:3026-35.
- [14] Fu Y, Chen Y, Zhong J. Analysis of nonlinear dynamic response for delaminated fiber–metal laminated beam under unsteady temperature field. *Journal of Sound and Vibration*. 2014;333:5803-16.
- [15] Alibeigloo A, Kani AJAMM. 3D free vibration analysis of laminated cylindrical shell integrated piezoelectric layers using the differential quadrature method. 2010;34:4123-37.
- [16] Khademi-kouhi M, Shakouri MJJoV, Sound. Analysis and investigation of the effect of elastic mechanical properties on the vibration behavior of cylindrical shells made of materials with gradient properties with different boundary conditions. 2022;11:110-8.
- [17] Alibeigloo A, Kani A, Pashaei M. Elasticity solution for the free vibration analysis of functionally graded cylindrical shell bonded to thin piezoelectric layers. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2012;89:98-111.
- [18] Alibeigloo A. Thermoelastic solution for static deformations of functionally graded cylindrical shell bonded to thin piezoelectric layers. *Composite Structures*. 2011;93:961-72.
- [19] Khorshidi K, Karimi M, Bahrami M, Ghasemi M, Soltannia BJAOR. Fluid-structure interaction analysis of vibrating microplates in interaction with sloshing fluids with free surface. 2022;121:103088.
- [20] Ghasemi Ghalebahman A, Bigdeli-Yeganeh M, Cheloeian E, Khademi-Kouhi M. Free vibration of piezoelectric boron nitride nanotube-based composite cylindrical micropanel embedded in an elastic medium subjected to electric potential via modified strain gradient theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2020;234:2309-28.

- [21] Ghasemi AR, Mohandes M, Dimitri R, Tornabene F. Agglomeration effects on the vibrations of CNTs/fiber/polymer/metal hybrid laminates cylindrical shell. *Composites Part B: Engineering*. 2019;167:700-16.
- [22] Khanahmadi M, Gholhaki M, Ghasemi-Ghalebahman A, Khademi-Kouhi MJJoV, Sound. Damage detection in laminated composite plates using wavelet analysis analytical method. 2022;10:144-56.
- [23] Shen H-S, Yang D-Q. Nonlinear vibration of anisotropic laminated cylindrical shells with piezoelectric fiber reinforced composite actuators. *Ocean Engineering*. 2014;80:36-49.
- [24] Shen H-S, Xiang Y. Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composite Structures*. 2014;111:291-300.
- [25] Shen H-S. Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Composite Structures*. 2009;91:9-19.
- [26] Zhu J-q, Chen C, Shen Y, Wang S. Dynamic stability of functionally graded piezoelectric circular cylindrical shells. *Materials Letters*. 2005;59:477-85.
- [27] Khorshidi K, Taheri M, Ghasemi MJMoACS. Sensitivity analysis of vibrating laminated composite rectangular plates in interaction with inviscid fluid using efast method. 2020;7:219-31.
- [28] Khorshidi K, Karimi MJMoACS. Fluid-structure interaction of vibrating composite piezoelectric plates using exponential shear deformation theory. 2020;7:59-69.
- [29] Khorshidi K, Karimi MJOE. Analytical modeling for vibrating piezoelectric nanoplates in interaction with inviscid fluid using various modified plate theories. 2019;181:267-80.
- [30] Wu X-H, Chen C, Shen Y-P, Tian X-G. A high order theory for functionally graded piezoelectric shells. *International Journal of Solids and Structures*. 2002;39:5325-44.
- [31] Houmat AJCS. Three-dimensional free flexural vibrations of fluid-filled functionally graded circular cylindrical shell with curvilinear radius variation. 2021;272:114263.
- [32] Baghlani A, Khayat M, Dehghan SMJAMM. Free vibration analysis of FGM cylindrical shells surrounded by Pasternak elastic foundation in thermal environment considering fluid-structure interaction. 2020;78:550-75.
- [33] Amabili M, Paidoussis MPJAMR. Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid-structure interaction. 2003;56:349-81.
- [34] Dai H-L, Luo W-F, Dai T, Luo W-FJCS. Exact solution of thermoelectroelastic behavior of a fluid-filled FGPM cylindrical thin-shell. 2017;162:411-23.
- [35] Kim Y-WJAMS. Effect of partial elastic foundation on free vibration of fluid-filled functionally graded cylindrical shells. 2015;31:920-30.
- [36] Shah AG, Mahmood T, Naeem MN, Arshad SHJAm. Vibration characteristics of fluid-filled cylindrical shells based on elastic foundations. 2011;216:17-28.
- [37] Tj HG, Mikami T, Kanie S, Sato MJT-ws. Free vibrations of fluid-filled cylindrical shells on elastic foundations. 2005;43:1746-62.