

Investigation on Effective Factors in Thermoelastic Analysis of FGM Rotating Drum in Air Turbine Engine under Nonlinear Thermal Loading

B. Shahriari ^{a*}, M. S. Sadeghi Nezhad ^b

^a Assistant Professor, Faculty of Mechanics, Malek Ashtar University of Technology, Isfahan, Iran


^b Ph.D. Student, Department of Mechanics, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Original Article

Use your device to scan
and read the article online



Citation: Shahriari B, Sadeghi Nezhad M S. Investigation on Effective Factors in Thermoelastic Analysis of FGM Rotating Drum in Air Turbine Engine under Nonlinear Thermal Loading. *Mechanics of Advanced and Smart Materials*. 2022;1(2):106-135.

 <https://dx.doi.org/10.52547/masm.1.2.106>

KEYWORDS

FGM Rotary Drum,
Graded Materials,
Analytical Solution,
Effective Factors,
Thermoelastic.

ABSTRACT

In this paper, an exact analytical solution for thermoelastic analysis of a rotating drum under internal and external loadings for both homogeneous and FGM materials has been presented. Except for the Poisson's ratio, which is assumed to be constant along drum's radial direction, for FGM state supposed that mechanical properties are varying exponentially. Distribution of thermal function is considered as an arbitrary function of radius. To apply drum's thermal distribution, the heat transfer function in steady-state conditions has been used. After calculating the displacement and stresses, the effect of various parameters which affect stresses and displacements, including rotating speed, types of loading carrying on internal and external surfaces, thickness, and type of material (non-homogeneous constants) have been investigated. Also, the equivalent stress was obtained using Von Mises criteria. The results show that changing the values of noted affecting parameters has significant affection on stresses and displacements reduction and changing type of radial loadings, rotating speed, thickness and choosing FGM material with appropriate FG coefficients instead of homogeneous state can lead to design a drum with lower stresses and consequently higher safety factor.

Extended Abstract

1. Introduction

In recent years, with the increasing growth of various industries, the development of advanced industrial structures has been widely increased in many industries such as aerospace, turbines, reactors, and other rotary machines. One of the most applicable rotating structures in this type is rotating drum in air turbine engines, which is very important due to the thermo-mechanical loads applied on it. The drum is a rotary structure that in recent years has been widely used in various sectors such as aerospace industries and nuclear facilities and has a very similar geometry to a thick-walled circular cylinder. This structure is under thermo-mechanical loads. Analysis of rotating drum stresses and investigating effective parameters including loadings at inner and outer radius, rotating speed, and using advanced materials like FGMs instead of homogenous materials is very important in the design of air turbine engine drums. A bunch of useful materials are FGM materials with a non-homogeneous coefficient which is suitable for redesigning a drum with lower stresses and higher safety factor. FGM materials are special types of composites and their properties can change steady and slowly in one or more arbitrary directions. These materials have high mechanical strength at high temperatures against applied loads, which makes them an appropriate selection in the above activity.

In 2013, the elastic analysis of the FGM thick-walled cylindrical pressure vessels was analytically investigated [10]. In

* Corresponding author. Tel.: +98-31-45914476 ; Fax: +98-31-45227136

E-mail address: shahriari@mut-es.ac.ir

DOI: <https://dx.doi.org/10.52547/masm.1.2.106>

Received: October 15, 2021; Received in revised form: November 05, 2021; Accepted: November 16, 2021

2022 Published by Arak University Press. All rights reserved.



2015, thermoelastic analysis of a hollow circular cylinder for an FGM material with arbitrary properties distribution was studied [16]. In 2018, an investigation on an FGM rotating disk considering arbitrary changes in material properties and using the finite element method is carried out [19].

In this paper, analyzing a rotary drum and investigation on effective parameters including rotating speed, types of loading carrying on internal and external surfaces, thickness, and type of material has been studied. In order to investigate the drum, a thermoelastic analytical solution is performed for both homogenous and FGM states under internal and external loading conditions. The material properties are assumed to vary nonlinearly in the radial direction and the Poisson's ratio is assumed constant. At first, differential equation of motion for FGM material is derived by assuming the properties functions exponentially and thermal gradients as an arbitrary function of radius. Then the equation is solved analytically using MATLAB engineering software. Stresses and displacements were calculated in clamp-clamp ends boundary conditions. Then, the governing thermal differential equation of the drum was solved and the response was replaced with an arbitrary thermal function considered at first stage of the analysis. After calculating the displacements and stresses applied to drum for FGM and homogeneous states, a study on effective parameters was carried out. Changes in the values of different parameters affecting the stresses and displacements, including rotation speed, magnitude, and type of loading on internal and external surfaces in the same working conditions on homogenous and FGM with non-homogeneous coefficients have been investigated. Results clearly show the significant effects of loading conditions, drum rotating speed, and materials deployed to improve the drum behavior.

2. Methodology

Schematic of investigated FGM thick-walled rotating drum under desired loading conditions is depicted in Figure 1.

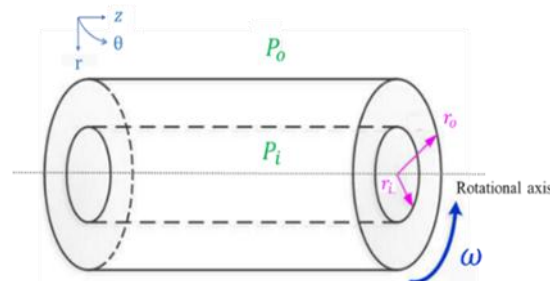


Figure 1. Representation of a thick-walled rotating drum under internal and external loads

By applying equilibrium relations in radial direction, the governing equilibrium equation of motion in the drum was obtained as follows:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho r \omega^2 = 0$$

In the following, considering the drum properties function in FGM state, including the modulus of elasticity, density, thermal expansion coefficient, thermal conductivity, and yield strength, which is considered as an exponential function and variable in radial direction as follows:

$$Pr(r) = Pr_i \left(\frac{r}{r_i}\right)^x$$

Using thermoelastic constitutive equations of desired rotating hollow cylinder and after some mathematical simplifications, the differential equation of the motion in FGM drum is obtained as follows:

$$r^2 \frac{d^2 u}{dr^2} + r(1+m_1) \frac{du}{dr} - \frac{(1-\nu(m_1+1))}{1-\nu} u(r) + \frac{\rho_i r^{-m_1+m_2+3} \omega^2 (\nu+1)(1-2\nu)}{E_i (1-\nu) r_i^{m_2-m_1}} - \frac{(\nu+1)\alpha_i}{(1-\nu)r_i^{m_3}} \times \left\{ \frac{r^{m_3+2} dT(r)}{dr} + r^{m_3+1} (m_1+m_3) T(r) \right\} = 0$$

By solving the differential Equation 3 exactly by using mupad parametric coding in MATLAB, radial displacement and consequently stress components could be obtained as follows:

$$u(r) = C_1 A_3 + \frac{A_3}{H} \int_{r_i}^r \frac{r^{\frac{m_1}{2}(\nu+1)A_1}}{r^{\frac{H}{2}A_2}} dr - \frac{A_3}{r^H H} \int_{r_i}^r \frac{r^{\frac{H+m_1}{2}(\nu+1)A_1}}{A_2} dr - \frac{C_2 A_3}{r^H H}$$

It is obvious that by setting the non-homogeneous constants zero in Equations 2 and 3, the results of FGM drum can be used for homogeneous state.

3. Discussion and Results

To analysis the drum and investigate effective parameters to gain a better understanding about drums behavior which leads to better designs, structure is modeled as a rotating thick-walled cylinder with clamp-clamp condition. Analytical solution for determining the stresses, displacements, and strains for both homogeneous and FGM states were explained in Section 2. To analysis the existing drum, geometric and thermo-mechanical characteristics were considered as follows; internal and external radius of the drum are 50cm and 70cm, respectively. The drum has a uniform rotational speed of 50 rad/sec. The temperature at the inner and outer surfaces of the drum is 10 °C and 0°C, respectively. The modulus of elasticity is 200 GPa, density is 7860 Kg/m³, Poisson's coefficient is 0.3, The thermal expansion coefficient is $12 \times (10^{-6})$ 1/°C. Also, in this case, it is considered in which there is no heat transfer taking place between the inner and outer surfaces with the surrounding medium (h_i & $h_o \rightarrow \infty$). Inner and outer radial loading in drum considered 80 and -10 MPa, respectively. Non homogenous constants are considered constant ($m_1=m_2=m_3=m_4=1.5$).

Distribution of stresses components for both homogeneous and FGM states depicted in Figure 2.

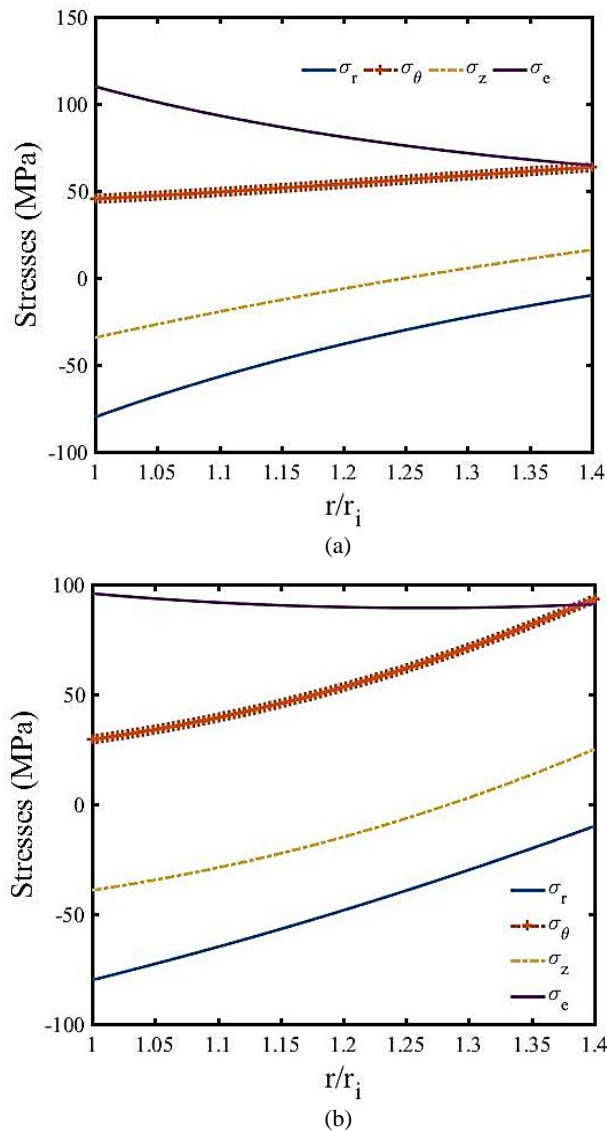


Figure 2. Distribution of radial, circumferential, axial, and Von Mises equivalent stress, a) Homogenous state, b) FGM state.

In this section, to investigate the influence of change in the drum effective parameters on drum behavior, the effect of the value and type of loading at the inner surface and outer surface, the value and type of loading on both inner and outer surfaces simultaneously, the rotational speed of the drum, the thickness of drum and use FGM materials instead of homogeneous material have been investigated for both equal and non-equal coefficients. Finally, a quantitative comparison between the results in all stated is driven and presented in Table 1.

Table 1. Investigation of the effect of effective parameters on improving drum behavior

Different investigated states	(%) of equivalent stress improvement in comparison with homogeneous drum	(%) of displacement improvement in comparison with homogeneous drum
Section (3.1) using FGM with similar inhomogeneity coefficients (1.5)	17.39 %	13.18 %
Section (3.2) using FGM only under negative inner pressure of 100 MPa	86.95 %	-55.03 %
Section (3.2) using FGM only under positive inner pressure of 100 MPa	86.95 %	298.44 %
Section (3.3) using FGM only under negative outer pressure of 100 MPa	-239.13 %	-210.07 %
Section (3.3) using FGM only under positive outer pressure of 100 MPa	-152.17 %	-113.17 %
Section (3.4) using FGM under inner and outer loads of 100 MPa (pressure-pressure)	4.34 %	-0.77 %
Section (3.4) using FGM under inner and outer loads of 100 MPa (pressure-tension)	-300.10 %	-334.10 %
Section (3.4) using FGM under inner and outer loads of 100 MPa (tension-pressure)	-491.30 %	-500.77 %
Section (3.4) using FGM under inner and outer loads of 100 MPa (tension - tension)	-4.34 %	61.24 %
Section (3.5) using FGM with speed 4 times more than first case (200 rad/sec)	-25.21 %	-33.72 %
Section (3.5) using FGM with speed 0.6 times more than first case (200 rad/sec)	22.60 %	28.29 %
Section (3.6) using FGM with relative radius 1.42 of first case	14.78 %	10.85 %
Section (3.6) using FGM with relative radius 0.85 of first case	-25.21 %	-31.78 %
Section (3.7.1) using FGM with constant coefficients of +3	-13.04 %	-0.77 %
Section (3.7.1) using FGM with constant coefficients of -3	-26.08 %	-37.59 %
Section (3.7.1) using FGM with optimal and non-constant coefficients	26.00 %	32.20 %

4. Conclusions

In this paper, an exact thermoelastic analysis of a functionally graded material (FGM) rotating drum with an arbitrary thermal function in a given drum was investigated and different effects including quantity and type of loading on the inner and outer surfaces of the drum, the value of drum rotating speed, drum thickness, and inhomogeneous coefficients on the values of stresses and displacements components were investigated and compared with the drum results in a homogeneous state. It is necessary to pay attention to the limitations in the design of this type of structure. one solution to reduce the stress is to increase the thickness of the material, which should be stated that this development will lead to an increase in the overall weight of the structure and should be considered as a design constraint. Furthermore, to reduce the stresses in the drum structure, it's recommended to design a drum how that was under pressure from the inner surface and under tension from the outer surface. Finally, the improvement of stress and displacement was presented in the state of using FGM material instead of homogeneous material generally, and by examining the behavior of the drum, it was found that by using appropriate FGM material coefficients, stresses and displacement can be significantly reduced.



بررسی پارامترهای مؤثر در تحلیل ترموالاستیک درام دوار هدفمند در موتور توربینی هوایی تحت بار حرارتی غیرخطی

بهروز شهریاری^{الف*}، محمد سهیل صادقی نژاد^ب

^{الف} استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، ایران، shahriari@mut-es.ac.ir

^ب دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران، m.s.sadeghi@eng.ui.ac.ir

چکیده	واژگان کلیدی
در این پژوهش، یک حل تحلیلی دقیق برای تحلیل ترموالاستیک یک درام دوار در هر دو حالت همگن و ساخته شده از مواد هدفمند تابعی (FGM) تحت بارگذاری‌های داخلی و خارجی ارائه شده است. در حالت FGM تغییرات خواص مکانیکی در راستای شعاعی درام به صورت نمایی فرض شده است. حرارت وارده به صورت تابع دلخواهی از شعاع بر سازه اثر می‌کند. برای اعمال گرادیان حرارتی موجود در درام مورد بحث از تابع انتقال حرارت در شرایط پایدار استفاده شده است. پس از محاسبه جابجایی و مؤلفه‌های تنش اعمالی، اثر عوامل مختلف مؤثر بر نتایج نظیر سرعت دورانی، مقدار و نوع بارگذاری وارده بر روی سطوح داخلی و خارجی، ضخامت درام و ثابت‌های غیر همگن بررسی شده است. همچنین تنش‌های معادل با استفاده از معیار وون میز به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهند، تغییر پارامترهای مطرح شده نقش مؤثری در کاهش یا افزایش چشمگیر تنش‌ها و جابجایی درام داشته و با تغییر در مقدار بارگذاری شعاعی، سرعت دورانی، ضخامت و انتخاب ماده FGM با ضریب غیر همگن مناسب بجای ماده همگن می‌توان درامی با سطح تنش‌های پایین‌تر و ضریب اطمینان بالاتر طراحی کرد.	درام دوار FGM، مواد هدفمند، حل تحلیلی، پارامترهای مؤثر، ترموالاستیک.
	تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۲۳
	تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۸/۱۴
	تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۲۵

۱- مقدمه

تحلیل جابجایی و تنش‌های وارد بر اجزای دوار موتورهای توربینی جهت اطمینان طراحان از ایمنی، قابلیت اطمینان و کارکرد آن‌ها از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. روتور که از اجزای دوار موتور محسوب می‌گردد، در میان مهم‌ترین بخش‌های تشکیل دهنده موتور شناخته می‌شود که اغلب تحت انواع بارهای مکانیکی و حرارتی قرار داشته و در نتیجه آن را تحت سطح تنش‌های بالایی قرار می‌دهند. بازطراحی سازه‌ها به‌منزله رسیدن به سطح تنش پایین‌تر و متعاقباً افزایش تحمل بارگذاری و قابلیت اطمینان سازه و در کنار آن کاهش جرم سازه، همواره به‌عنوان یکی از مهم‌ترین چالش‌های پیش روی طراحان سازه شناخته می‌شود. یکی از فاکتورهای مؤثر در این مسیر درک شناختی درست از تأثیر پارامترهای مؤثر بر رفتار سازه می‌باشد. در این راستا طراحان با بررسی مهم‌ترین این عوامل، نظیر مقدار و نوع بارهای اعمالی، سرعت دورانی، هندسه و جنس ماده مورد استفاده سعی بر کاهش تنش‌های وارده و افزایش عمر و قابلیت اطمینان سازه دارند.

مواد مدرج تابعی نوع خاصی از مواد مرکب هستند که خواص آن‌ها در یک یا چند راستای دلخواه به‌طور پیوسته و به‌آرامی تغییر می‌کنند. در سال‌های اخیر با رشد روزافزون و شتابان صنایع مختلف و پیشرفته‌تر شدن دستگاه‌های صنعتی و توسعه توربوماشین‌ها، توربین‌ها، راکتورها و دیگر ماشین‌های دوار به موادی با مقاومت مکانیکی و حرارتی بالا بیش‌ازپیش احساس نیاز می‌شود. مواد FGM با دارا بودن استحکام مکانیکی مناسب تحت دماهای بالا در برابر تنش‌های اعمالی، در حال حاضر یک انتخاب مناسب جهت استفاده در فعالیت‌های مذکور می‌باشند.

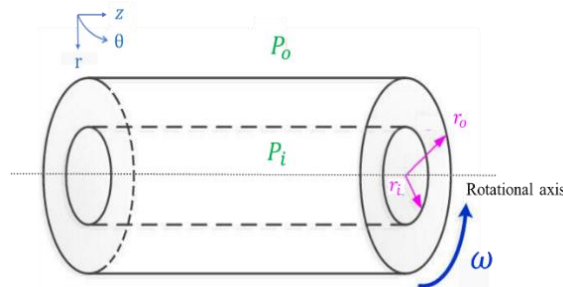
در سال ۱۹۶۹ یک راه حل وابسته به حل میدان تنش برای تحلیل رفتار دیسک‌های غیر همگن با ضخامت ثابت در سه حالت متفاوت ارائه شده است [۱]. نخستین پیشنهادها در ارتباط با ساخت و تولید مواد FGM در سال ۱۹۷۲ و پس از انجام تحقیقاتی گسترده بر روی این مواد ارائه گردیده است [۲]. محققان ژاپنی در سال ۱۹۸۴ برای اولین بار در حین تحقیق برای دست یابی به مواد با مقاومت حرارتی بالا به این نوع مواد با رفتار غیر همگن دست یافتند. به دلیل رفتار ترمومکانیکی مناسب این مواد از اوایل دهه نود میلادی به بعد کارهای تحلیلی و تجربی زیادی در این زمینه انجام شد [۳]. در سال ۱۹۸۵ حل پوسته استوانه‌ای ضخیم همگن از جنس مواد همگن با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول (FSDT) استخراج گردید [۴]. در سال ۱۹۹۵ با تکیه بر روش اجزای محدود و با استفاده از المان‌های چهارگوش دوبعدی تنش‌های حرارتی در مقطعی از ورق‌های FGM مورد بررسی قرار گرفت [۵]. در سال ۲۰۰۰ مزایای بالقوه استفاده از مواد هدفمند تقویت‌شده با پژوهشی بر روی الیاف در دیسک‌های دوار توخالی و توپر ارائه گردید [۶]. در سال ۲۰۰۱ حل تحلیلی استوانه‌های غیرایزوتروپ FGM تحت اثر بارهای حرارتی و مکانیکی ارائه گردید [۷]. در سال ۲۰۰۸ رفتار جابجایی الاستیک - پلاستیک ناقص و پلاستیک کامل یک شفت توخالی با دو انتهای بسته شده مورد تحلیل و ارزشیابی قرار داده شد [۸]. در سال ۲۰۱۳ استخراج پاسخ گذرای ترموالاستیک یک پوسته استوانه‌ای دوار تحت شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است [۹]. در سال ۲۰۱۳ تحلیل الاستیک مخزن فشار استوانه‌ای جدار ضخیم FGM به صورت تحلیلی پیاده‌سازی گردید [۱۰]. در همین سال یک راه حل تحلیلی برای تنش‌ها و جابجایی شعاعی یک پوسته استوانه‌ای ضخیم تحت فشار FGM با ضخامت متغیر با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی ارائه گردید [۱۱]. در سال ۲۰۱۴ یک حل نیمه تحلیلی برای تعیین تنش و جابجایی‌ها در پوسته‌های استوانه‌ای دوار با ضخامت متغیر تحت فشار یکنواخت ارائه گردید [۱۲]. در همین سال رفتار پایداری دینامیکی پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی چندلایه ضخیم با استفاده از تئوری لایروایز مرتبه اول برشی مورد بررسی قرار گرفت [۱۳]. در همین سال تحلیل ترموالاستیک نانو پوسته‌های تحت شوک حرارتی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی و با به کارگیری روش تبدیل دیفرانسیلی بررسی شده است [۱۴]. در سال ۲۰۱۵ تحلیل الاستوپلاستیک رفتار یک مخزن استوانه‌ای تحت فشار دوار جدار ضخیم ساخته شده از مواد FGM مورد بررسی قرار گرفت [۱۵]. در سال ۲۰۱۵ تحلیل ترموالاستیک بر روی یک استوانه مدور توخالی برای یک ماده FGM با تغییرات خواص دلخواه مورد ارزیابی قرار گرفت [۱۶]. در سال ۲۰۱۶ تئوری هایپرالاستیک به منظور تحلیل رفتاری پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم توخالی ساخته شده از مواد FGM مورد بررسی قرار گرفت [۱۷]. در سال ۲۰۱۷ تحلیلی بر رفتار مخازن تحت فشار استوانه‌ای و دوار FGM در معرض بارگذاری‌های حرارتی گذرا و در شرایط مرزی متنوع ارائه گردید [۱۸]. در سال ۲۰۱۸ تحلیلی بر روی یک دیسک دوار FGM با در نظر گرفتن تغییرات خواص مواد به صورت دلخواه و با استفاده از روش اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفت [۱۹]. در سال ۲۰۱۸ رفتار ترموالاستیک سیلندرهای دوار FGM بر بستر اصطکاکی و در معرض گذار حرارتی و گشتاور خارجی به روش عددی مورد بررسی قرار گرفت [۲۰]. در سال ۲۰۱۹ با به کارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول حل ترموالاستیک یک پوسته استوانه‌ای ضخیم FGM در معرض بارهای حرارتی ناپایدار مورد بررسی قرار گرفت [۲۱]. در سال ۲۰۱۹ تحلیل الاستیک یک درام اسپول کمپرسور محوری FGM موجود در یک موتور توربین گاز هوایی مورد بررسی قرار گرفته است [۲۲]. در همین سال رفتار اسپول کمپرسور توربوجت برای حالات همگن و FGM با ضرایب ثابت به صورت تحلیلی استخراج و مورد بررسی قرار گرفته است [۲۳]. در این پژوهش با استفاده از روش بهینه سازی شمارشی، ماده FGM با ضریب بهینه جهت رسیدن به حداقل جرم اسپول به دست آمده است. در سال ۲۰۲۱ با ارائه یک حل فرم بسته، تحلیل ترموالاستیک یک سیلندر دوار توخالی در معرض حرارت گذرا مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از این پژوهش بررسی تأثیر دوران‌های تناوبی به جای یکنواخت بر رفتار سیلندرها است [۲۴]. در سال ۲۰۲۱ تحلیل رفتار الاستیک - پلاستیک حرارتی استوانه‌های FGM چندلایه مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش به منظور بررسی از حل عددی بر مبنای تفاضل محدود استفاده شده و رفتار هر لایه از ماده هدفمند مشابه با یک لایه کامپوزیت دارای کسر حجمی ثابت در نظر گرفته شده است [۲۵]. در سال ۲۰۲۱ تحلیل پاسخ ترموالاستوپلاستیک مخازن فشار استوانه‌ای جدار ضخیم به صورت تحلیلی و با در نظر گرفتن معیار تسلیم ترسکا و رفتار کارسختی خطی مورد بررسی قرار گرفت [۲۶]. در سال ۲۰۲۱ تحلیل جابجایی و تنش‌های یک سیلندر جدار ضخیم در معرض بارگذاری ترمومکانیکی با استفاده از حل عددی و روش اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفت [۲۷]. در همین سال تحلیل رفتار خزش پوسته‌های استوانه‌ای دوار و تحت فشار جدار ضخیم با به کارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم مورد

بررسی قرار گرفته است [۲۸].

در این پژوهش یک حل تحلیلی دقیق ترموالاستیک برای تحلیل رفتار یک درام دوار در کمپرسور یک موتور توربینی برای دو حالت همگن و FGM تحت بارگذاری‌های داخلی و خارجی دوار ارائه شده است. پس از محاسبه میدان جابجایی و تنش‌های اعمالی، اثر عوامل مختلف مؤثر بر تنش و جابجایی‌ها از جمله سرعت دوران، مقدار و نوع بارگذاری وارده بر روی سطوح داخلی و خارجی، ضخامت و ثابت‌های غیر همگن بررسی می‌شوند. در ادامه برای شناخت بهتر از پارامترهای مؤثر بر تنش‌ها و تلاش برای کاهش سطح تنش در درام بررسی شده، اثر تغییرات تمامی پارامترهای مؤثر نظیر مقدار و نوع بار شعاعی اعمالی بر درام، سرعت دورانی درام، ضخامت و جنس ماده مورد استفاده بر جابجایی و تنش‌های درام بررسی شده و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌گردند. به منظور تغییر در جنس درام از ماده FGM با تابع خواص نمایی استفاده شده است. معادله حاکم بر حرکت درام FGM با استفاده از یک روش تحلیلی جدید (حل پارامتریک معادله حاکم با استفاده از نرم افزار متلب در محیط موپد) حل شده است. معادله حرکت حاکم بر درام مدنظر در هر دو حالت با استفاده از تئوری الاستیسیته صفحه‌ای در حالت کرنش صفحه‌ای و برای جابجایی‌های کوچک استخراج شده است.

۲- فرمول‌بندی و روابط

شکل ۱ تصویر شماتیک یک درام دوار جدار ضخیم FGM را نشان می‌دهد که دارای شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی r_o بوده و تحت بارگذاری‌های داخلی و خارجی یکنواختی است که به ترتیب با P_i و P_o نشان داده شده است و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω در حال دوران است. برای تحلیل با توجه به نوع هندسه مسئله از سیستم مختصات قطبی استفاده شده و با توجه به تقارن موجود فرض می‌شود جابجایی شعاعی تنها تابعی از شعاع باشد ($u = u(r)$)، و از جابجایی در راستای محیطی صرف‌نظر شده است ($v = 0$).



شکل ۱ نمایی از درام دوار جدار ضخیم تحت بارهای داخلی و خارجی

با نوشتن معادله تعادل حاکم بر درام در راستای شعاعی و با فرض ثابت بودن ضخامت درام در راستای طولی، معادله تعادل طبق رابطه ۱ به دست می‌آید:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho r \omega^2 = 0 \quad (1)$$

σ_θ و σ_r به ترتیب نشان‌دهنده مؤلفه‌های شعاعی و محیطی تنش و ρ چگالی ماده می‌باشد. در رابطه ۲ مجموعه معادلات سازگاری که نشان‌دهنده روابط بین کرنش و جابجایی‌ها با توجه به فرض تقارن محوری است، نشان داده شده است:

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad \& \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad \& \quad \gamma_{r\theta} = 0 \quad (2)$$

در روابط ۲، ϵ_r ، ϵ_θ و $\gamma_{r\theta}$ به ترتیب برابر با کرنش‌های قائم در راستای شعاعی، محیطی و کرنش برشی در صفحه $r\theta$ می‌باشند. رابطه میان مؤلفه‌های تنش برحسب مؤلفه‌های کرنش طبق رابطه ۳ برابر است با:

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{\nu e}{1-2\nu} + \epsilon_t \right] - \frac{E}{1-2\nu} \alpha T$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{\nu e}{1-2\nu} + \epsilon_z \right] - \frac{E}{1-2\nu} \alpha T \quad (3)$$

که در اینجا e برابر با کرنش حجمی^۱ بوده و طبق رابطه ۴ از جمع مؤلفه‌های کرنش قائم به دست می‌آید:

$$e = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z \quad (۴)$$

همچنین ν نشان دهنده ضریب پواسون^۲، E مدول الاستیسیته یانگ، α ضریب انبساط حرارتی و $T(r)$ تابع توزیع حرارت می‌باشد که به صورت دلخواه و تابعی از شعاع در نظر گرفته شده است. با جایگذاری روابط ۲ در ۳ و با ساده‌سازی آن‌ها، روابط ۵ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \left[(1-\nu) \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - (1+\nu)E\alpha T \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \left[\nu \frac{du}{dr} + (1-\nu) \frac{u}{r} - (1+\nu)E\alpha T \right] \quad (۵)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \left[\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right] - \frac{E}{1-2\nu} \alpha T$$

در ادامه با در نظر گرفتن تابع خواص ماده FGM به صورت رابطه ۶، تغییرات خواص ماده شامل مدول الاستیسیته، چگالی، ضریب انبساط حرارتی و هدایت حرارتی به صورت متغیر در راستای شعاعی تعریف می‌شوند:

$$Pr(r) = Pr_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^X \quad (۶)$$

که در اینجا Pr نشانگر خاصیت ماده FGM، Pr_i خاصیت مدنظر در شعاع داخلی و X مقداری ثابت است که با جایگذاری تک‌به‌تک خواص متغیر در این رابطه تابع توزیع خواص آن‌ها به صورت رابطه ۷ تبدیل می‌شود:

$$E(r) = E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1}$$

$$\rho(r) = \rho_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m2}$$

$$\alpha(r) = \alpha_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m3}$$

$$k(r) = k_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m4} \quad (۷)$$

E_i ، ρ_i ، α_i و k_i به ترتیب برابر با مدول الاستیسیته، چگالی، ضریب انبساط حرارتی و هدایت حرارتی در شعاع داخلی و $m1$ ، $m2$ ، $m3$ و $m4$ ثابت‌های غیر همگن و مقادیری ثابت هستند. از آنجایی که دامنه تغییرات ضریب پواسون برای مواد مهندسی بسیار کوچک است، از تغییرات ν در راستای شعاعی صرف نظر شده است. با جایگذاری رابطه توابع تغییر خواص (۷) در مجموعه معادلات ۵، روابط تنش - کرنش برای ماده FGM با تابع خواص مدنظر به صورت روابط ۸ به دست می‌آید:

$$\sigma_r = \frac{E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1}}{(2\nu-1)(\nu+1)} \times \left[(\nu-1) \frac{du}{dr} - \frac{\nu u(r)}{r} \right] + \frac{\alpha_i E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1+m3} T(r)}{2\nu-1}$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1}}{(2\nu-1)(\nu+1)} \times \left[(-\nu) \frac{du}{dr} + \frac{(1-\nu)u(r)}{r} \right] + \frac{\alpha_i E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1+m3} T(r)}{2\nu-1} \quad (۸)$$

$$\sigma_z = \frac{\nu E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1}}{(2\nu-1)(\nu+1)} \times \left[\frac{du}{dr} + \frac{u(r)}{r} \right] + \frac{2\nu \alpha_i E_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{m1+m3} T(r)}{2\nu-1}$$

با محاسبه $d\sigma_r/dr$ از قسمت اول روابط ۸ و جایگذاری در رابطه ۱، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت درام دوار FGM مدنظر مطابق با رابطه زیر (۹) به دست می‌آید:

$$r^2 \frac{d^2 u}{dr^2} + r(1+m1) \frac{du}{dr} - \frac{(1-\nu(m1+1))}{1-\nu} u(r) + \frac{\rho_i r^{-m1+m2+3} \omega^2 (\nu+1)(1-2\nu)}{E_i (1-\nu) r_i^{m2-m1}} \quad (۹)$$

^۱ Volumetric Strain

^۲ Poisson's Ratio

$$-\frac{(\nu + 1)\alpha_i}{(1 - \nu)r_i^{m3}} \times \left\{ \frac{r^{m3+2}dT(r)}{dr} + r^{m3+1}(m1 + m3)T(r) \right\} = 0$$

همچنین، با حل معادله دیفرانسیل حاکم با استفاده از پاسخ میشل^۳، جابجایی شعاعی درام به صورت رابطه ۱۰ به دست می‌آید:

$$u(r) = C_1A_3 + \frac{A_3}{H} \int_{r_i}^r \frac{r^{\frac{m1}{2}}(\nu + 1)A_1}{r^{\frac{H}{2}}A_2} dr - \frac{A_3}{r^H H} \int_{r_i}^r \frac{r^{\frac{H+m1}{2}}(\nu + 1)A_1}{A_2} dr - \frac{C_2A_3}{r^H H} \quad (10)$$

که در اینجا پارامترهای A_1 ، A_2 و A_3 و ثابت H عبارت‌اند از:

$$A_1 = (2\nu - 1)\rho_i r^2 \omega^2 \left(\frac{r}{a}\right)^{m2} + E_i \alpha_i \left(\frac{r}{a}\right)^{m1+m3} \times \left[\frac{rdT(r)}{dr} + (m1 + m3)(T(r)) \right]$$

$$A_2 = E_i \left(\frac{r}{a}\right)^{m1} (1 - \nu) \quad (11)$$

$$A_3 = r^{\frac{H-m1}{2}}$$

و ثابت H موجود در مجموعه روابط ۱۰ و ۱۱ برابر است با:

$$H = \sqrt{\frac{4\nu + 4m1\nu + m1^2\nu - m1^2 - 4}{\nu - 1}} \quad (12)$$

C_1 و C_2 برابر ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند که با استفاده از شرایط مرزی حاکم بر مسئله به دست می‌آیند. با جایگذاری روابط ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ در رابطه ۸ تنش‌های شعاعی، محیطی و محوری به صورت رابطه ۱۳ به دست می‌آید:

$$\sigma_r = (-B_3B_2) \left\{ \frac{(B_7 + C_2)(H + B_1)}{Hr^{H+1}} - \left(\frac{B_1}{r}\right)(B_6 + C_1) \right\} - (B_5B_2) \left\{ \frac{[Hr^H(B_6 + C_1) - (B_7 + C_2)]}{Hr^{H+1}} \right\}$$

$$\sigma_\theta = (B_5B_2) \times \left\{ \frac{(B_7 + C_2)(H + B_1)}{Hr^{H+1}} - \left(\frac{B_1}{r}\right)(B_6 + C_1) \right\} + (B_3B_2) \left\{ \frac{[Hr^H(B_6 + C_1) - (B_7 + C_2)]}{Hr^{H+1}} \right\} \quad (13)$$

$$\sigma_z = (B_5B_2) \times \left\{ \frac{(B_7 + C_2)(H + B_1) + [Hr^{H+1}(B_6 + C_1) - (B_7 + C_2)]}{Hr^{H+1}} \right\}$$

$$- HB_5r^{H-1}(B_1B_2)(B_6 + C_1)$$

که در این رابطه پارامترهای B_i موجود عبارت‌اند از:

$$B_1 = \frac{m1 - H}{2}$$

$$B_2 = r^{B_1}$$

$$B_3 = \frac{E_i(1 - \nu) \left(\frac{r}{r_i}\right)^{m1}}{(2\nu - 1)(\nu + 1)}$$

$$B_4 = HB_3\sqrt{r^H}$$

$$B_5 = \frac{E_i\nu \left(\frac{r}{r_i}\right)^{m1}}{(2\nu - 1)(\nu + 1)} \quad (14)$$

$$B_6 = \int_{r_i}^r \frac{A_1(1 + \nu)r^{\frac{m1}{2}}}{B_4} dr$$

$$B_7 = \int_{r_i}^{r_e} \frac{A_1(1 + \nu)r^{\frac{m1+H}{2}}}{B_3} dr$$

³ Michelle

پیش از اقدام برای محاسبه ثابت‌های انتگرال‌گیری و در نتیجه محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها، حالتی برای تابع حرارت در نظر گرفته می‌شود. در موارد با شرایط پایدار معادله انتقال حرارت یک‌بعدی در سیستم مختصات قطبی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (15)$$

برای حل معادله دیفرانسیل به دست آمده در رابطه ۱۵ و به دست آوردن تابع توزیع حرارت $T(r)$ شرایط مرزی برای درام دوار جدار ضخیم FGM به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} @ r = r_i &\rightarrow k \frac{dT}{dr} = h_i(T - T_i) \\ @ r = r_o &\rightarrow -k \frac{dT}{dr} = h_o(T - T_o) \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن T_o و T_i به ترتیب دمای سطوح داخلی و خارجی و h_o و h_i به ترتیب برابر با ثابت انتقال حرارت در سطوح داخلی و خارجی است و اندیس‌های i و o به ترتیب به سطح داخلی $r = r_i$ و سطح خارجی $r = r_o$ درام اشاره دارد. حل کلی معادله ۱۵ با در نظر گرفتن روابط مربوط به ضرایب هدایت حرارتی، رابطه انتهایی مجموعه معادلات ۷ و شرایط مرزی فوق برابر است با:

$$T(r) = \frac{\frac{(T_i - T_o)\bar{r}}{m4} + \frac{k_i(T_i + T_o)}{r_i h_i} + k_i T_i \left(\frac{1}{r_o h_o} - \frac{1}{r_i h_i} \right)}{k_i \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{r_o h_o} \right) + \frac{(1 - \beta^{m4})}{m4}} \quad (17)$$

که در اینجا \bar{r} و β به عنوان مشخصه‌های بی بعد از شعاع بوده و عبارت‌اند از:

$$\bar{r} = \frac{r}{r_i} \quad \& \quad \beta = \frac{r_i}{r_o} \quad (18)$$

با توجه به این که درام دوار مدنظر در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب تحت بارگذاری یکنواخت برابر با P_i و P_o هستند، از شرایط مرزی موجود در رابطه ۱۹ در شعاع‌های داخلی و خارجی برای یافتن ثابت‌های انتگرال‌گیری به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} @ r = r_i &\rightarrow \sigma_r = P_i \\ @ r = r_o &\rightarrow \sigma_r = P_o \end{aligned} \quad (19)$$

با جایگذاری شرایط مرزی روابط ۱۹ در رابطه ۱۳، دو معادله برحسب ثابت‌های انتگرال‌گیری به عنوان مجهولات این دو معادله به دست می‌آید که با حل دو معادله ایجاد شده، ثابت‌های انتگرال‌گیری به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{2(2\nu - 1)(\nu + 1)}{E_i D_2 D_5} \times \left[D_3 r_i^{\frac{H+m1+2}{2}} - \frac{D_1 r_o^{\frac{H+m1+2}{2}}}{\beta^{m1}} \right] \\ C_2 &= \frac{2H(2\nu - 1)(\nu + 1)}{E_i D_2 D_4} \times \left[D_3 r_o^H r_i^{\frac{H+m1+2}{2}} - \frac{D_1 r_i^H r_o^{\frac{H+m1+2}{2}}}{\beta^{m1}} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

که در اینجا ثابت‌های D_i ، B_i و A_i به ترتیب از روابط ۲۱، ۱۴ و ۱۱ قابل استخراج است:

$$\begin{aligned} D_1 &= + \frac{\beta^{m1} E_i}{(2\nu - 1)(\nu + 1)} \times \\ &\left\{ r_o^{\frac{H-m1-2}{2}} D_8 \left[\binom{\nu}{+(\nu - 1)} \left(\frac{m1 - H}{2} \right) \right] - \frac{D_9 (2\nu + (m1 + H)(\nu - 1))}{2H r_o^{\frac{H+m1+2}{2}}} \right\} + P_o - \frac{\alpha_i \beta^{m1+m3} E_i T(r_o)}{(2\nu - 1)} \end{aligned} \quad (21)$$

$$D_2 = r_o^H - r_i^H$$

$$D_3 = \frac{P_i - \alpha_i E_i T(r_i)}{(2\nu - 1)}$$

$$D_4 = 2\nu - m1 - H + Hv + m1\nu$$

$$D_5 = 2\nu - m1 + H - Hv + m1\nu$$

$$D_6 = E_i(1 - \nu) \left(\frac{r}{r_i}\right)^{m1}$$

$$D_7 = r^{\frac{H}{2}} D_6 H$$

$$D_8 = \int_{r_i}^{r_o} \frac{A_1(1 + \nu)r^{\frac{m1}{2}}}{D_7} dr$$

$$D_9 = \int_{r_i}^{r_o} \frac{A_1(1 + \nu)r^{\frac{m1+H}{2}}}{D_6} dr$$

با جایگذاری مقادیر C_1 و C_2 به دست آمده از روابط ۲۰ در رابطه ۱۰، جابجایی شعاعی درام به دست می‌آید. از سوی دیگر با جایگذاری مقادیر C_1 و C_2 در مجموعه روابط ۱۳ تنش‌های شعاعی، محیطی و محوری وارد بر درام تحت بارگذاری‌های یکنواخت داخلی و خارجی و تابع حرارت مفروض به دست می‌آید. تنش معادل نیز با استفاده از رابطه تنش معادل وون میزس طبق رابطه ۲۲ به دست می‌آید:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2]} \quad (22)$$

بدیهی است با استفاده مجدد از مجموعه روابط ۷ به صورت زیر خواص برای ماده همگن به دست آمده و با اعمال تغییرات ذکر شده در رابطه ۲۳، در رابطه‌های ۸ تا ۲۲ به ترتیب جابجایی شعاعی و تنش‌ها برای حالت همگن قابل دستیابی است:

$$\begin{aligned} m1 = 0 &\rightarrow E(r) = E_i \left(\frac{r}{r_i}\right)^0 = E_i \\ m2 = 0 &\rightarrow \rho(r) = \rho_i \left(\frac{r}{r_i}\right)^0 = \rho_i \\ m3 = 0 &\rightarrow \alpha(r) = \alpha_i \left(\frac{r}{r_i}\right)^0 = \alpha_i \\ m4 = 0 &\rightarrow k(r) = k_i \left(\frac{r}{r_i}\right)^0 = k_i \end{aligned} \quad (23)$$

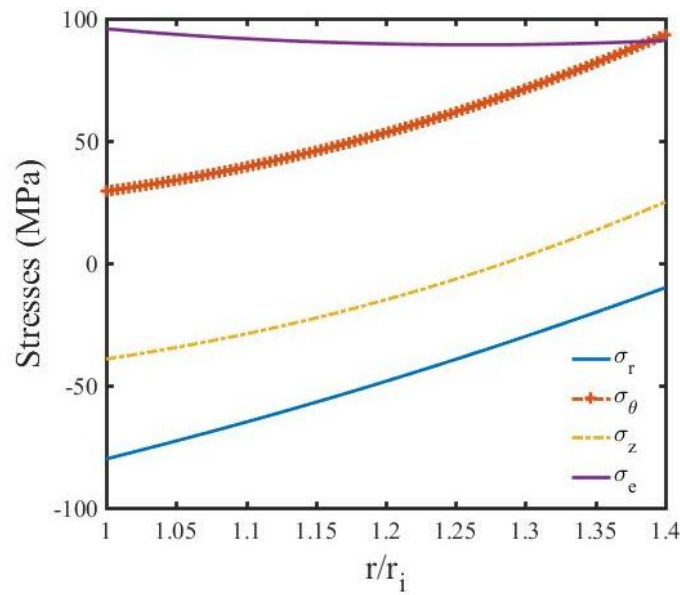
۳- نتایج و بحث

در این بخش با استفاده از روابط به دست آمده به بررسی اثرات عوامل مختلف مؤثر بر مقادیر تنش‌ها و جابجایی از جمله مقدار و نوع بارگذاری، مقادیر متفاوت سرعت دوران، ضخامت و ضرایب ناهمگنی و مقایسه آن با حالت همگن پرداخته شده است.

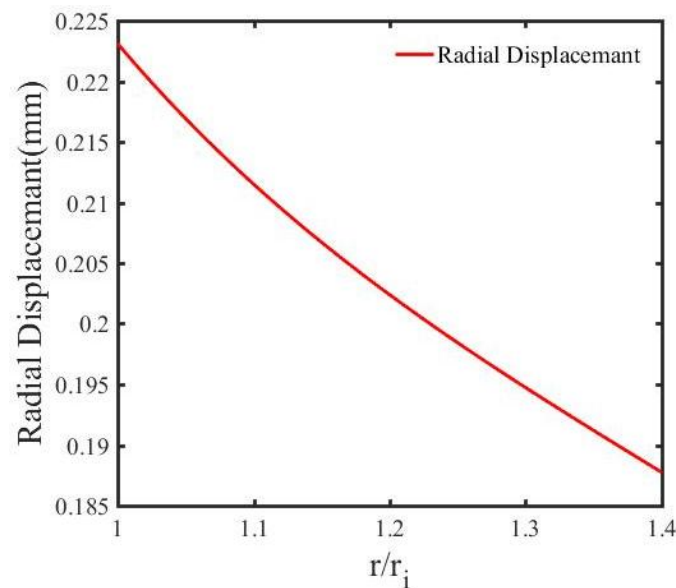
۳-۱- تحلیل یک درام خاص در دو حالت همگن و FGM

در ابتدا یک درام دوار جدار ضخیم FGM با شعاع داخلی $r_i = 0.5$ m و شعاع خارجی $r_o = 0.7$ m در نظر گرفته می‌شود که با سرعت زاویه‌ای ثابتی برابر با $\omega = 50$ rad/sec حول محور طولی خود در حال دوران است. فرض می‌شود در این حالت هیچ‌گونه انتقال حرارتی مابین سطوح داخلی و خارجی اتفاق نمی‌افتد ($h_i, h_o \rightarrow \infty$) و دما در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب برابر با $T_i = 100^\circ\text{C}$ و $T_o = 0^\circ\text{C}$ می‌باشد. مقادیر مدول الاستیسیته، چگالی، هدایت حرارتی و ضریب انبساط حرارتی در سطح داخلی به ترتیب برابر است با $E_i = 200$ GPa، $\rho_i = 7860$ Kg/m³، $k_i = 50/2$ w/mK و $\alpha_i = 12 \times 10^{-6}$ 1/°C و ضریب پواسون ν ثابت و برابر با 0.3 فرض شده است. بارهای یکنواخت داخلی و خارجی اعمال شده به ترتیب برابر با $P_i = 80$ MPa و $P_o = -10$ MPa می‌باشند. ثابت‌های غیر همگن در این حالت با یکدیگر یکسان و برابر با $m1 = m2 = m3 = m4 = 1/5$ در

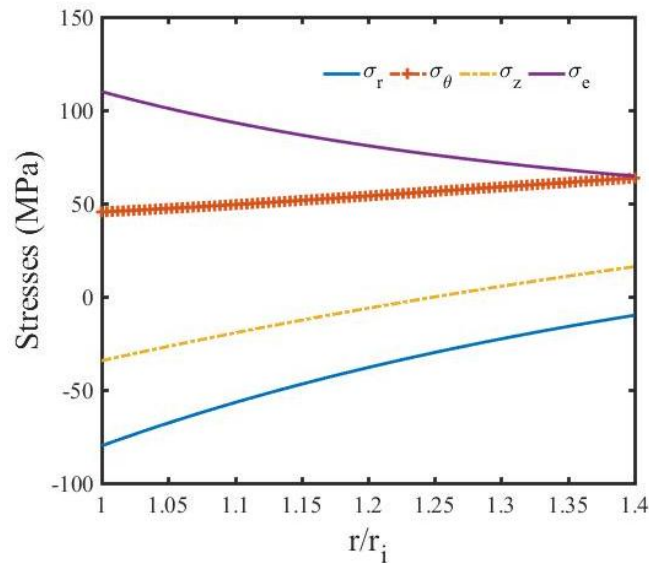
نظر گرفته شده است. در شکل‌های ۲ تا ۵ توزیع مقادیر تنش و جابجایی برای حالت FGM مفروض و همچنین حالت همگن به دست آمده و مقایسه شده است. در شکل‌های ۲ تا ۵ مشخص است که در هر دو حالت تنش معادل بیشینه و بیشترین مقدار جابجایی شعاعی در سطح داخلی درام رخ می‌دهد، اما برای درام FGM به نسبت حالتی که از ماده همگن استفاده می‌شود، جابجایی شعاعی و تنش‌ها کمتر است. به طوری که در حالت FGM بیشینه مقدار تنش معادل که در شعاع داخلی رخ داده است برابر با $95/84 \text{ MPa}$ می‌باشد که این مقدار در حالت همگن 110 MPa بوده و $17/39$ درصد کاهش در بیشینه تنش در بحرانی‌ترین نقطه در صورت استفاده از ماده FGM بجای همگن را نشان می‌دهد. همچنین کاهش $13/18$ درصدی در بیشینه جابجایی در حالت FGM در قیاس با حالت همگن مشاهده شده است. نتایج به خوبی نشان می‌دهد ایده جایگزینی جنس درام و استفاده از ماده FGM بجای مواد همگن مرسوم می‌تواند منجر به کاهش قابل توجه تنش‌ها و متعاقباً قابلیت اطمینان سازه‌های دوار نظیر درام گردد.



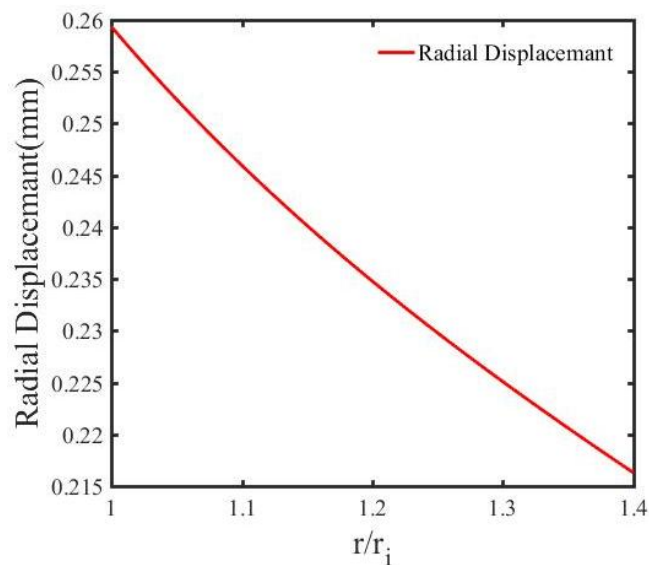
شکل ۲ توزیع تنش‌های شعاعی، محیطی، محوری و معادل در حالت FGM



شکل ۳ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM



شکل ۴ توزیع تنش‌های شعاعی، محیطی، محوری و معادل در حالت همگن



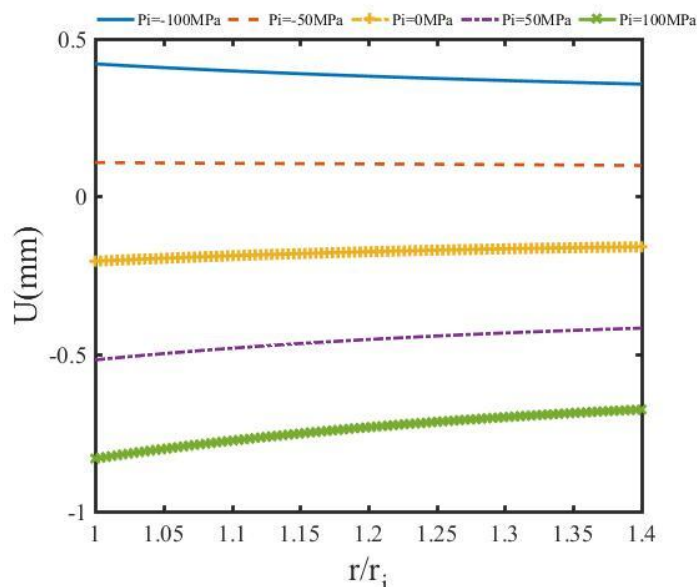
شکل ۵ توزیع جابجایی شعاعی در حالت همگن

۳-۲- بررسی تأثیر مقدار و نوع بارگذاری داخلی درام

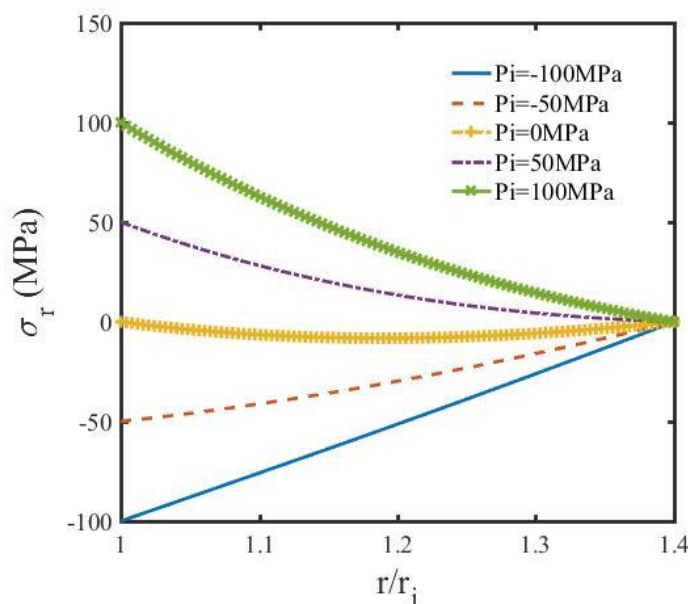
به منظور بررسی تأثیر رفتار نوع و مقدار بارگذاری داخلی بر رفتار و نتایج درام در این حالت، درام دوار مفروض تنها تحت بار یکنواخت داخلی فرض شده و در سطح خارجی از بارگذاری صرف نظر شده است. اثرات افزایش و یا کاهش مقدار بار داخلی بر روی جابجایی و تنش‌ها بررسی شده و نتایج مربوطه در شکل‌های ۶ تا ۱۰ نشان داده شده است. سایر خواص (جنس، بارگذاری و شرایط مرزی) مشابه با درام مفروض در بخش (۳-۱) در نظر گرفته شده است.

در شکل ۶ توزیع جابجایی شعاعی به ازای مقادیر مختلف فشار داخلی مفروض نشان داده شده است. مشاهده می‌شود به‌طور کلی افزایش مقدار جبری بار منجر به افزایش میزان جبری جابجایی می‌گردد. حال بسته به سایر خواص اعم از حرارت و سرعت دوران ممکن است جابجایی به صورت فشاری یا کششی اعمال شود. در شکل ۷ توزیع تنش‌های شعاعی نشان داده شده است. همچنین در شکل ۸ توزیع تنش‌های محیطی نشان داده شده است و با افزایش میزان بار داخلی، تنش محیطی کاهش می‌یابد، از طرفی با توجه به این که در اکثر حالت‌های بررسی شده تنش محیطی از تنش‌های شعاعی و محوری بیشتر است،

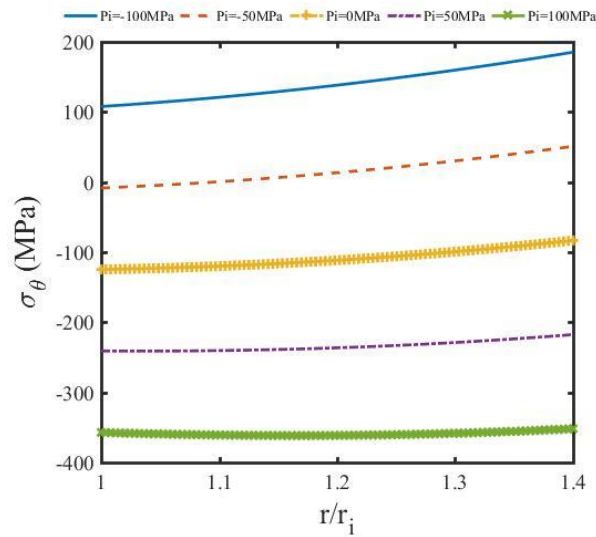
می توان با افزایش مقدار بار و در نتیجه کاهش تنش محیطی، تنش های معادل را نیز کاهش داد. البته لازم به ذکر است افزایش بیش از حد، تنش های محیطی را از ناحیه کششی به صفر و سپس وارد ناحیه فشاری خواهد کرد. پس از ورود به این ناحیه افزایش بیشتر بار اثرگذاری مخربی بر تنش معادل ایجاد می کند که در طراحی ها باید به این موضوع دقت داشت. در شکل ۹ توزیع تنش های محوری نشان داده شده است. از بررسی این شکل می توان دریافت با افزایش بار، مقدار جبری تنش محوری کاهش می یابد که این کاهش مانند تنش محیطی در صورت ورود به ناحیه فشاری اثر مخرب ایجاد می کند. در شکل ۱۰ توزیع تنش های معادل نشان داده شده است که برای تمامی بارگذاری های بررسی شده سطح داخلی سطح بحرانی است و به طور کلی با افزایش بار داخلی تنش معادل نیز به صورت غیریکنواخت افزایش می یابد.



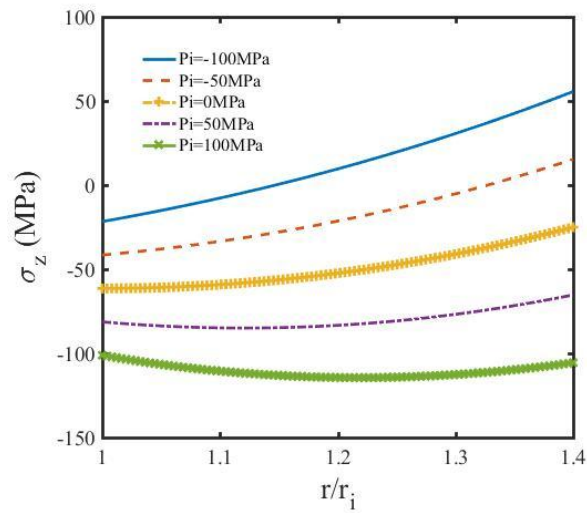
شکل ۶ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی



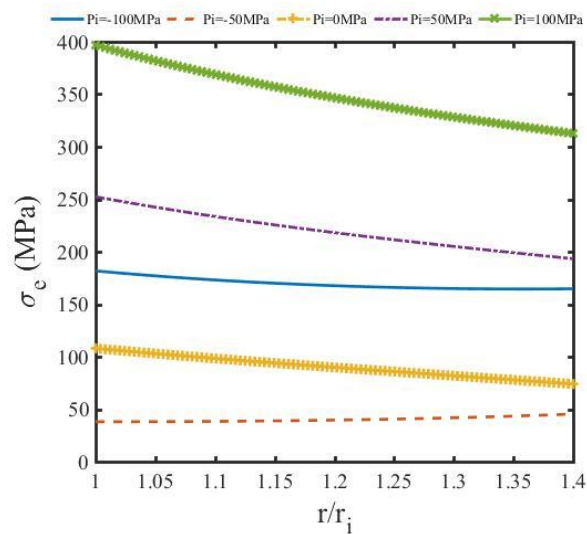
شکل ۷ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی



شکل ۸ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی



شکل ۹ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی

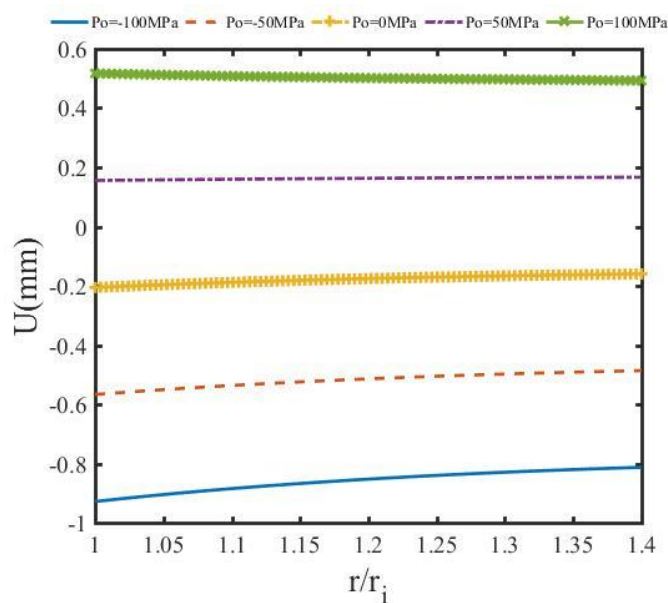


شکل ۱۰ توزیع تنش معادل وون میزز در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی

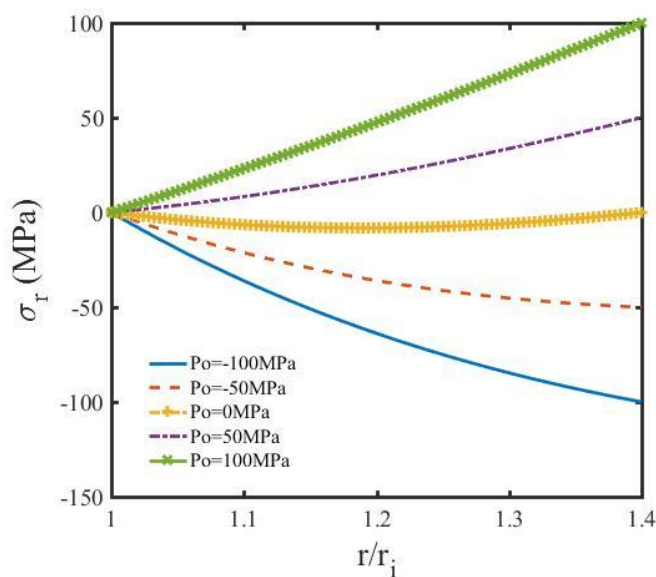
۳-۳- بررسی تأثیر مقدار و نوع بارگذاری خارجی درام

به منظور بررسی تأثیر رفتار نوع و مقدار بارگذاری خارجی بر رفتار و نتایج، درام در این حالت تنها تحت بارگذاری یکنواخت خارجی فرض شده و در سطح داخلی از بارگذاری صرف نظر شده است. اثرات افزایش یا کاهش مقدار بار خارجی بر روی جابجایی و تنش‌ها در شکل‌های ۱۱ تا ۱۵ بررسی شده است. همچنین سایر خواص درام مورد بررسی مانند بخش‌های پیشین در نظر گرفته شده است.

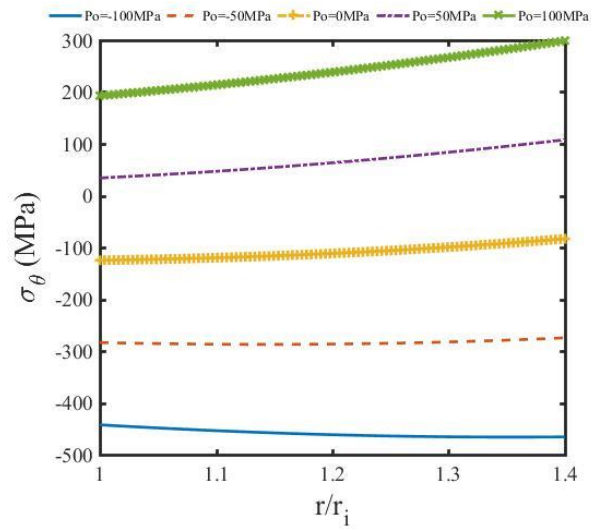
در تنش‌های محیطی و محوری به دست آمده در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ رفتاری مشابه با حالت بررسی شده در بخش (۱-۳) مشاهده شده است، با این تفاوت که افزایش جبری میزان فشار خارجی برخلاف حالت قبل منجر به افزایش سطح تنش‌ها می‌گردد. تا زمانی که این تنش‌ها در ناحیه فشاری قرار داشته باشد، این افزایش اثر مطلوب داشته و پس از ورود به ناحیه کششی افزایش بیشتر بار اثر مخرب خواهد داشت.



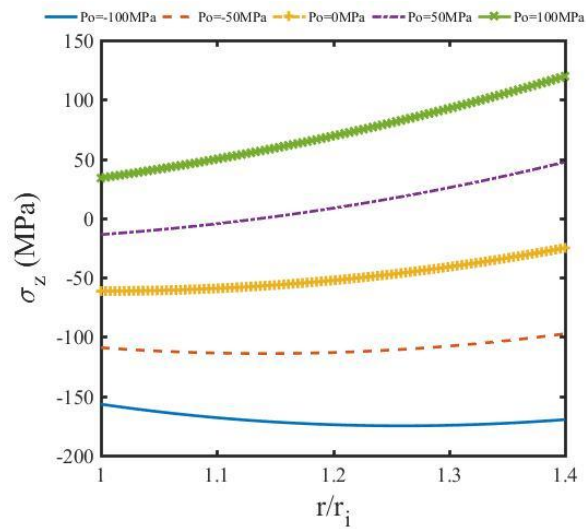
شکل ۱۱ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار خارجی



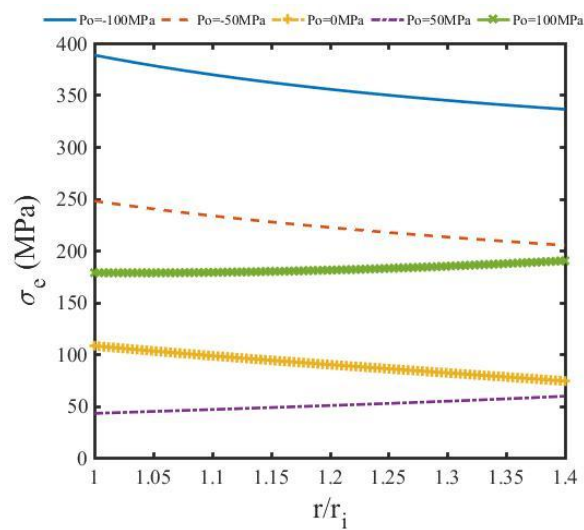
شکل ۱۲ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار خارجی



شکل ۱۳ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار خارجی



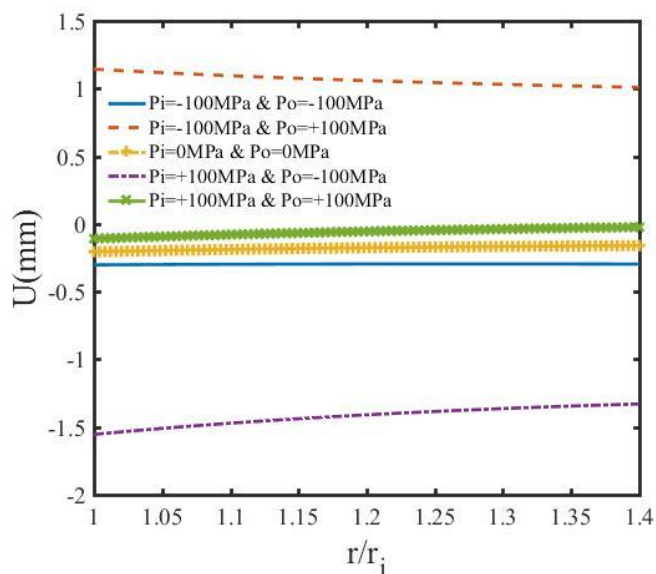
شکل ۱۴ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار خارجی



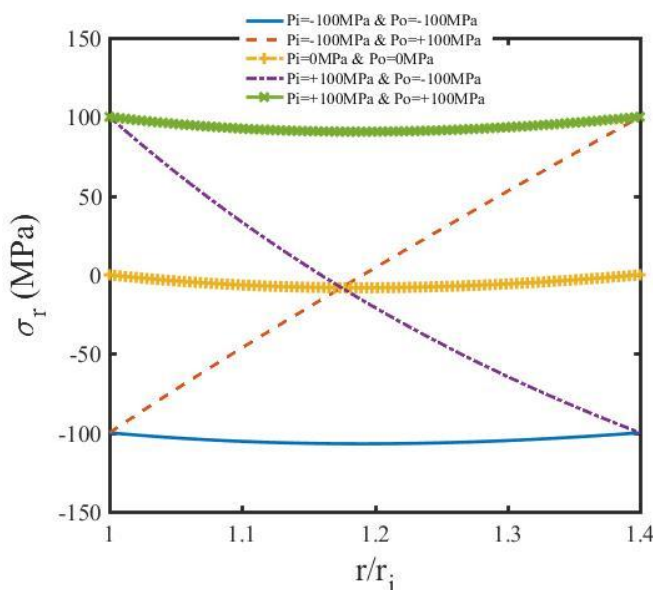
شکل ۱۵ توزیع تنش معادل وون میزز در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار خارجی

۳-۴- بررسی تأثیر نوع بارگذاری در سطوح داخلی و خارجی درام

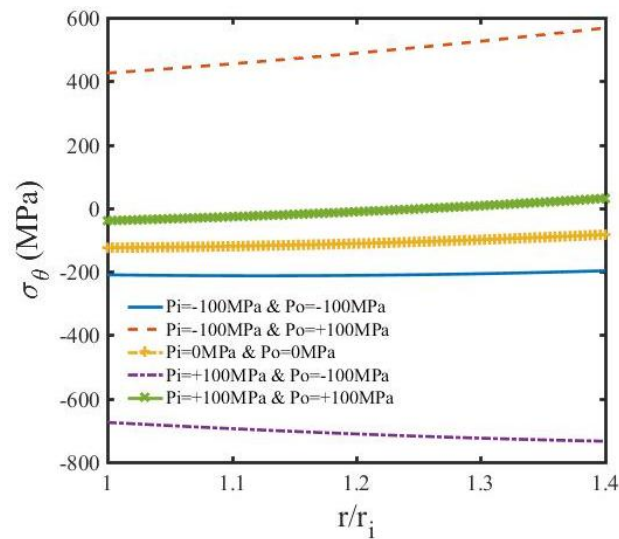
در این حالت درام تحت هر دو بارگذاری یکنواخت داخلی و خارجی فرض شده و جابجایی و تنش‌ها تحت مقادیر مختلف بارهای داخلی و خارجی در شکل‌های ۱۶ تا ۲۰ بررسی شده است. سایر خواص مانند درام بررسی شده در بخش (۳-۱) در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۶ می‌توان دریافت بیشترین میزان جابجایی زمانی رخ می‌دهد که سازه از درون تحت فشار و از بیرون تحت کشش باشد و حداقل جابجایی زمانی است که سازه از بیرون تحت فشار و از درون تحت کشش باشد. همچنین در شکل ۲۰ نشان داده شده است که بحرانی‌ترین تنش‌ها زمانی رخ می‌دهد که سازه از درون تحت کشش و از بیرون تحت فشار باشد.



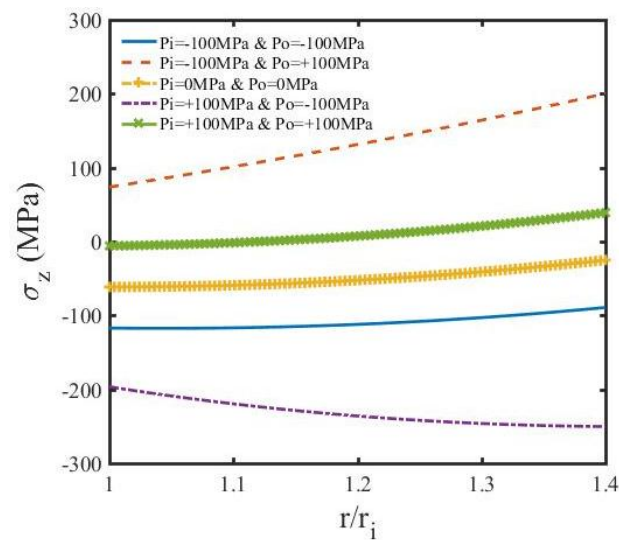
شکل ۱۶ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی و خارجی



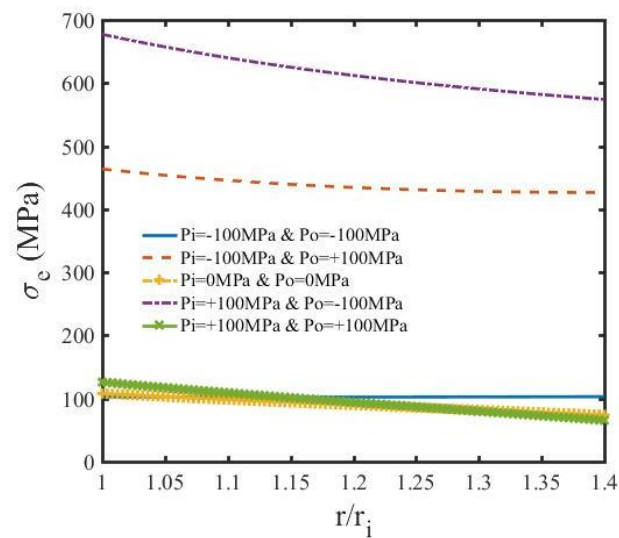
شکل ۱۷ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی و خارجی



شکل ۱۸ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی و خارجی



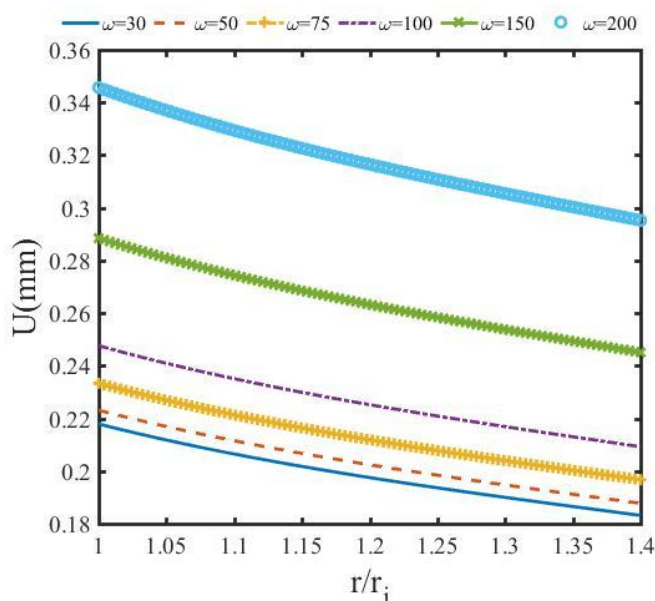
شکل ۱۹ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی و خارجی



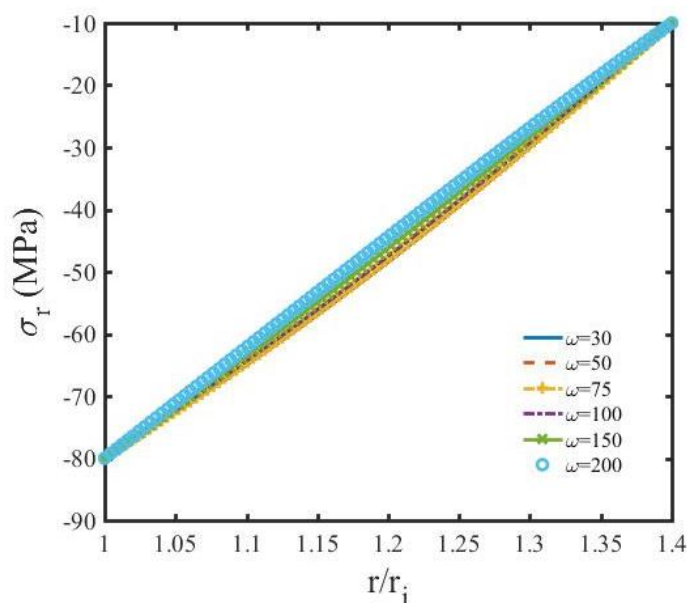
شکل ۲۰ توزیع تنش معادل وون میزز در حالت FGM تحت مقادیر مختلف فشار داخلی و خارجی

۳-۵- بررسی تأثیر سرعت زاویه‌ای درام

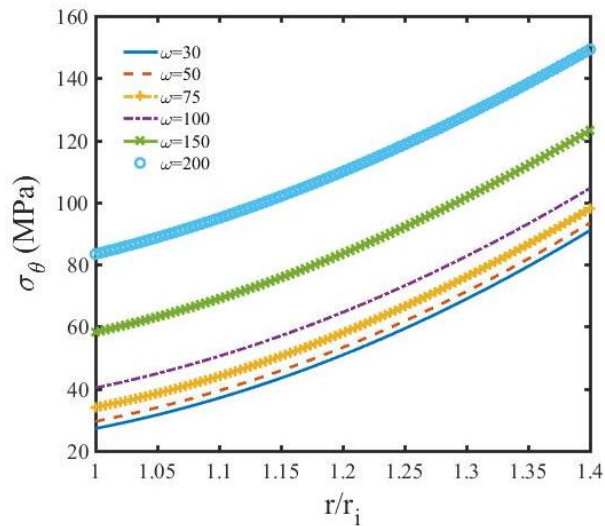
در این حالت تأثیر تغییر در سرعت زاویه‌ای درام بر روی جابجایی و تنش‌های درام مفروض در بخش (۳-۱) مورد بررسی قرار گرفته است. بدیهی است در حالت معمولی افزایش سرعت منجر به افزایش نیروهای گریز از مرکز وارد بر درام شده و به طور کلی افزایش سرعت تأثیر مطلوبی شناخته نمی‌شود، ولی سرعت رشد تنش‌ها به نسبت افزایش سرعت، طراحان سازه را قادر خواهد ساخت تا نهایت دور و سرعت مجاز درام را با دقت بالا تعیین کنند. نتایج مربوط به تحلیل درام مفروض در شکل‌های ۲۱ تا ۲۵ نشان داده شده است. در شکل ۲۱ اثر مستقیم و بالای افزایش سرعت بر جابجایی و تمامی تنش‌ها به وضوح قابل مشاهده است، به طوری که با افزایش دو برابری سرعت از ۱۰۰ به ۲۰۰ رادیان بر ثانیه جابجایی در حدود ۳۳/۷۲ درصد افزایش می‌یابد. در شکل ۲۵ می‌توان دریافت که با افزایش دو برابری سرعت دورانی تنش معادل بیشینه از ۱۴۳/۶ به ۱۰۵/۴ مگاپاسکال افزایش یافته که افزایش ۲۵/۲۱ درصدی در بیشینه سطح تنش را نشان می‌دهد؛ بنابراین بایستی به سرعت زاویه‌ای به‌عنوان عامل محدودکننده‌ای در طراحی توجه ویژه‌ای نمود.



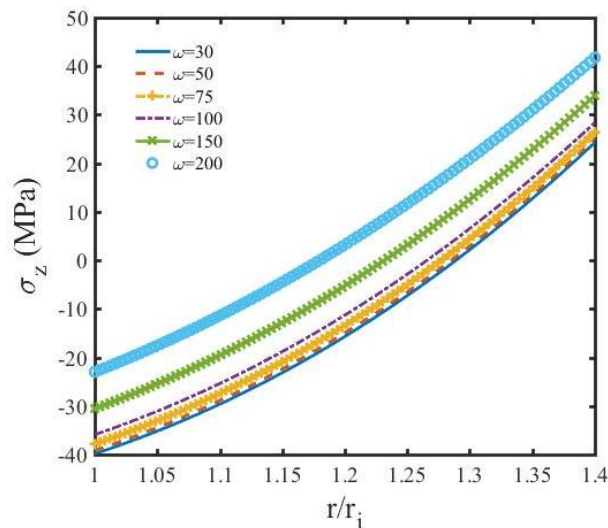
شکل ۲۱ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای



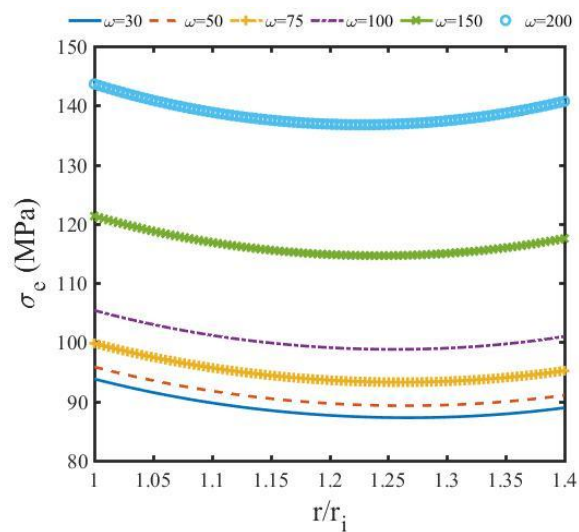
شکل ۲۲ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای



شکل ۲۳ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای



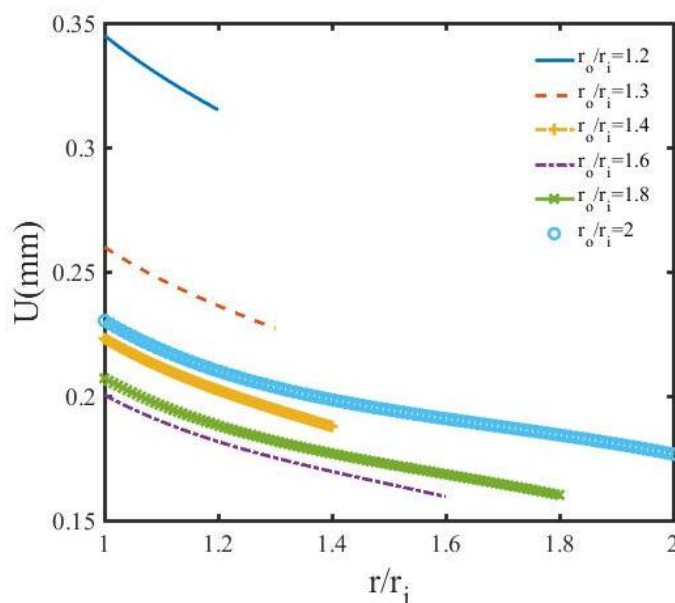
شکل ۲۴ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای



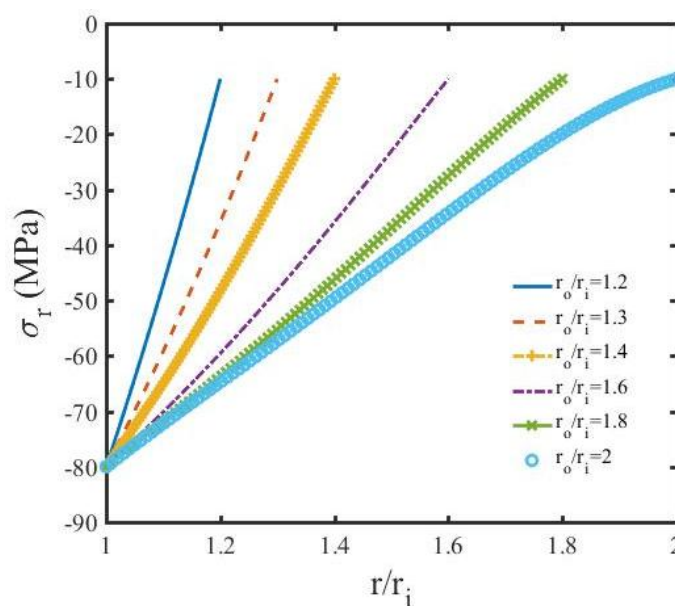
شکل ۲۵ توزیع تنش معادل وون میزز در حالت FGM تحت مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای

۳-۶- بررسی تأثیر ضخامت درام

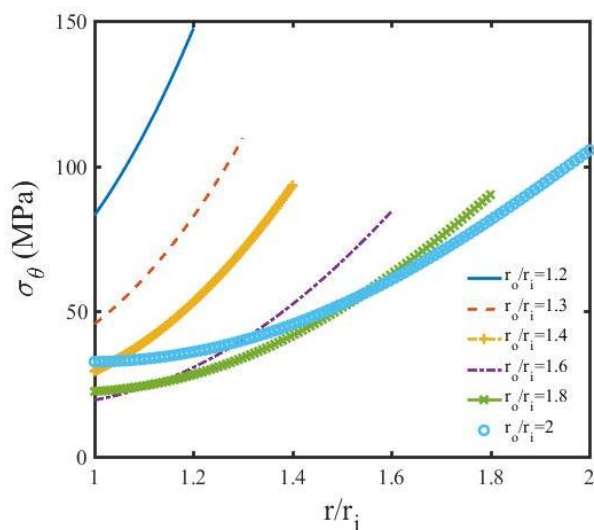
در این حالت بررسی تأثیر ضخامت درام بر رفتار آن مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، درام مفروض در شش ضخامت مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی در شکل‌های ۲۶ تا ۳۰ نشان داده شده است. در تمامی شش ضخامت بررسی شده در این حالت شعاع داخلی ثابت و برابر با نیم متر و شعاع‌های خارجی متغیر و به ترتیب برابر با ۰/۹، ۰/۸، ۰/۷، ۰/۶۵ و ۰/۶ متر در نظر گرفته شده است. نتایج به خوبی نشان دهنده این مطلب است که افزایش در ضخامت درام مدنظر موجب کاهش در جابجایی‌ها و تنش معادل سازه درام شده است. به صورتی که در حدود ۷۰ درصد افزایش ضخامت به ترتیب منجر به کاهش ۱۴/۷۸ و ۱۰/۸۵ درصدی در تنش‌های معادل و جابجایی شعاعی بیشینه وارد بر درام مفروض شده است. البته توجه به این نکته حائز اهمیت است که در صورت افزایش ضخامت درام در کنار کاهش قابل توجه تنش‌های وارد بر درام، جرم نهایی سازه افزایش یافته که بایستی در بحث‌های طراحی مورد توجه قرار گیرد.



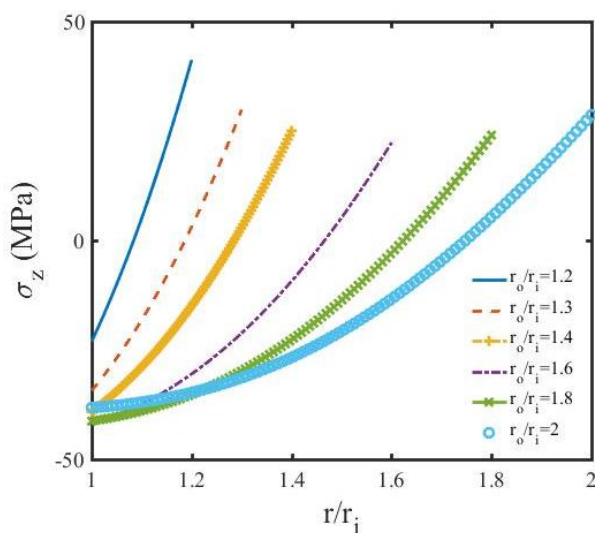
شکل ۲۶ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف شعاع خارجی (ضخامت)



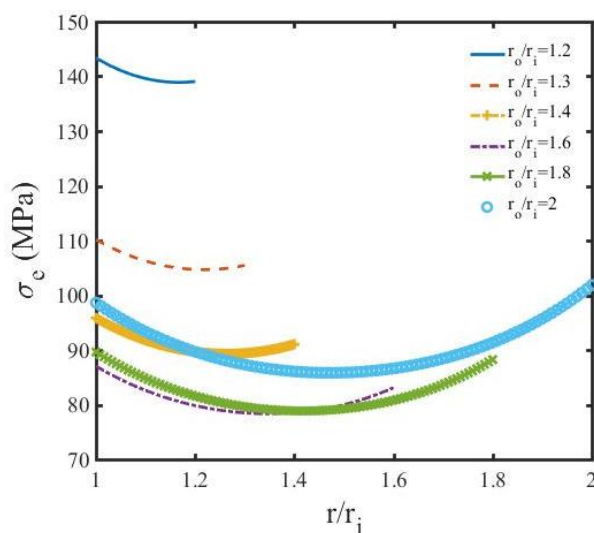
شکل ۲۷ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف شعاع خارجی (ضخامت)



شکل ۲۸ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف شعاع خارجی (ضخامت)



شکل ۲۹ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مختلف شعاع خارجی (ضخامت)



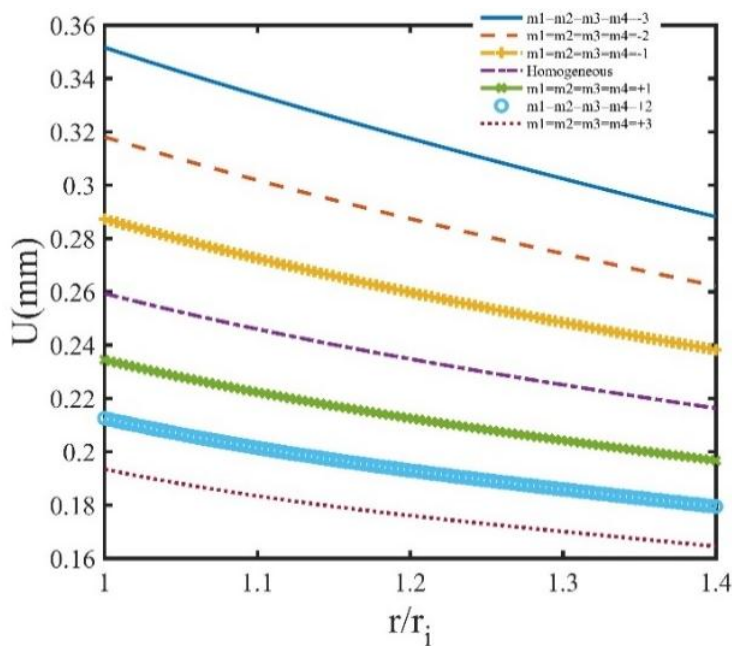
شکل ۳۰ توزیع تنش معادل وون میزز در حالت FGM تحت مقادیر مختلف شعاع خارجی (ضخامت)

۷-۳- بررسی تأثیر جایگزینی جنس درام و استفاده از مواد FGM بجای مواد همگن

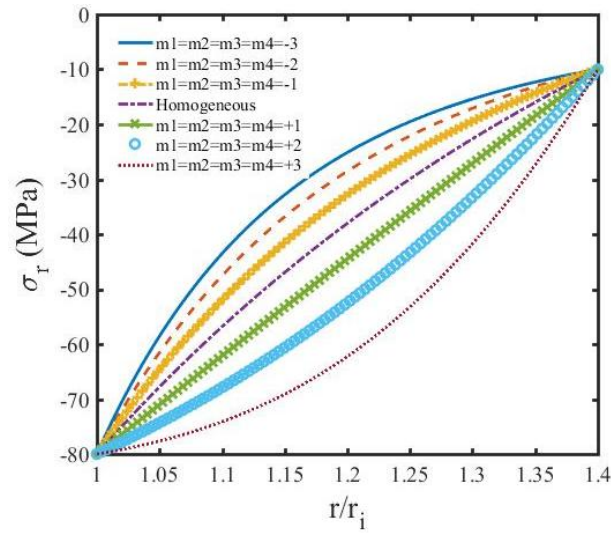
۷-۳-۱- استفاده از درام FGM با ثابت‌های غیر همگنی یکسان

در این بخش با اعمال تغییرات بر روی ثابت‌های غیر همگن اثرگذاری آن‌ها بر روی تنش و جابجایی‌ها مورد بررسی قرار گرفته و این پرسش بررسی شده است که انتخاب یک ماده FGM با ثابت‌های غیر همگن مناسب تا چه مقدار نسبت به حالت همگن می‌تواند منجر به کاهش در تنش‌ها و جابجایی‌های حاصل شده در درام گردد. ابتدا در این بخش فرض شده تمامی ثابت‌های غیر همگن با یکدیگر برابرند ($m_1 = m_2 = m_3 = m_4$) و با این شرط با تغییر مقدار ثابت از ۳- تا ۳+ تأثیر آن مورد بررسی قرار گرفته است.

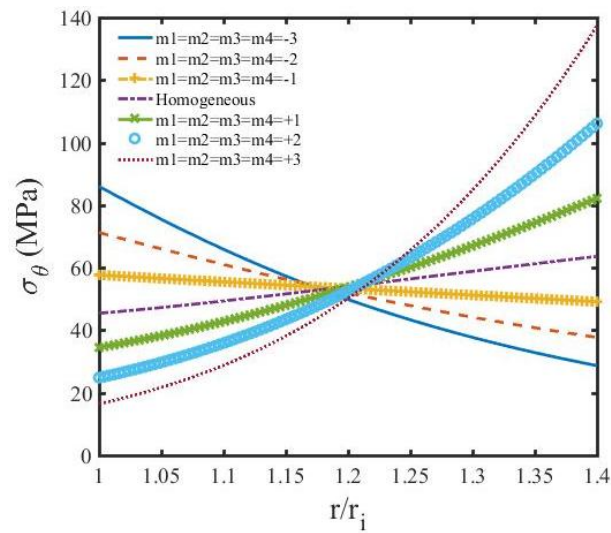
در شکل ۳۱ نتایج مربوط به جابجایی شعاعی درام نشان داده شده است. می‌توان دریافت استفاده از FGM با ضرایب بالای منفی و مثبت به ترتیب منجر به افزایش و کاهش قابل توجه در جابجایی درام FGM به نسبت درام همگن می‌شود. این رفتار به‌طور مشابه در شکل ۳۲ و برای تنش‌های شعاعی نیز قابل مشاهده است. در شکل‌های ۳۳ تا ۳۵ می‌توان مشاهده کرد استفاده از ضرایب مثبت منجر به ایجاد رفتار کاهشی در تنش‌های محوری از سطح داخل به خارج می‌گردد، درحالی‌که در صورت استفاده از ضرایب منفی، عکس این رفتار مشاهده شده است. با توجه به اینکه تنش‌های محیطی معمولاً به‌عنوان بحرانی‌ترین مؤلفه تنش در سازه‌های دوار شناخته می‌شود. استفاده درست از ضرایب با توجه به نوع بارگذاری از اهمیت بالایی برخوردار خواهد بود. در شکل ۳۵ مشخص است با گذر از ثابت ۳- به سمت ۳+ به‌طور تدریجی از تنش موجود در شعاع داخلی کاسته و تنش در شعاع خارجی افزایش می‌یابد به‌گونه‌ای که با گذر از ثابت ۱ به ۲ سطح بحرانی از داخلی به خارجی تغییر می‌کند. با توجه به اختلاف تنش‌ها در شعاع داخلی و خارجی و محدوده تنش‌ها استفاده از ثابت‌هایی مابین ۱ تا ۲ برای درام مفروض توصیه می‌شود. در شکل قابل مشاهده است که با استفاده از ماده‌ای با ثابت ۱ و شرایط بارگذاری و خواص حالت اول به نسبت حالت همگن بیشینه تنش معادل تا حدود ۹ درصد کاهش می‌یابد.



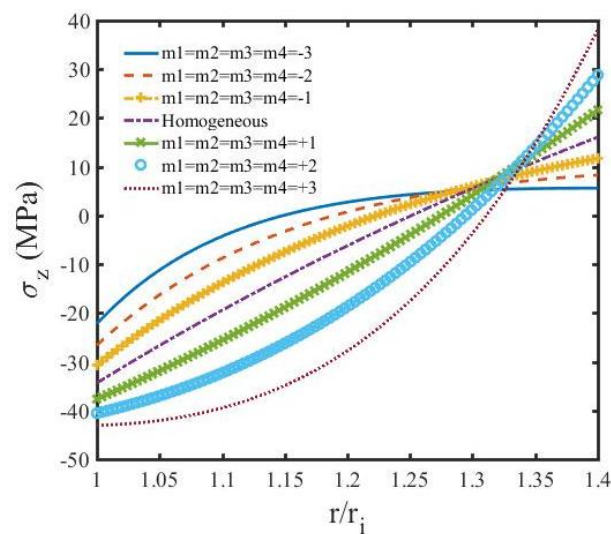
شکل ۳۱ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف ثابت‌های غیر همگن



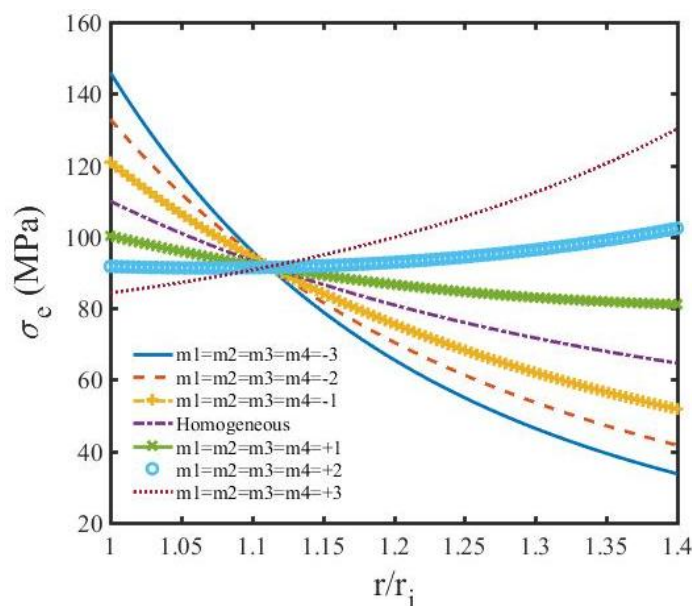
شکل ۳۲ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف ثابت‌های غیر همگن



شکل ۳۳ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مختلف ثابت‌های غیر همگن



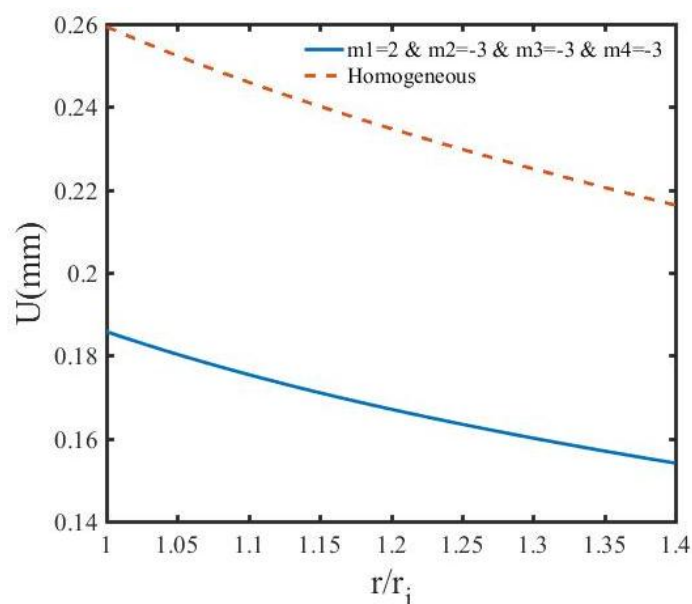
شکل ۳۴ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مختلف ثابت‌های غیر همگن



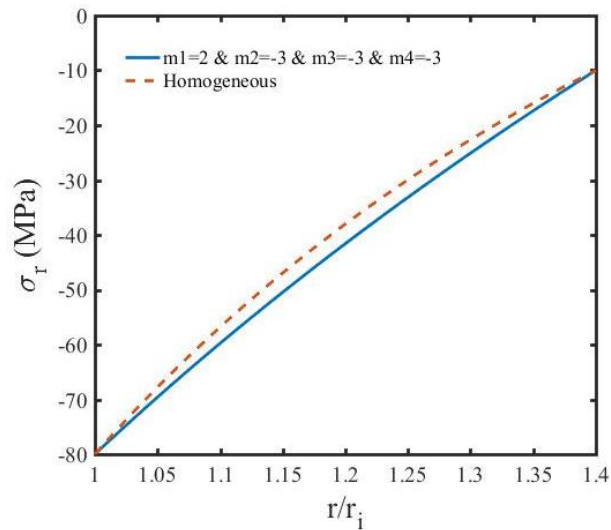
شکل ۳۵ توزیع تنش معادل وون میزز در حالت FGM تحت مقادیر مختلف ثابت‌های غیر همگن

۳-۷-۲- استفاده از درام FGM با ثابت‌های غیر همگنی غیر یکسان

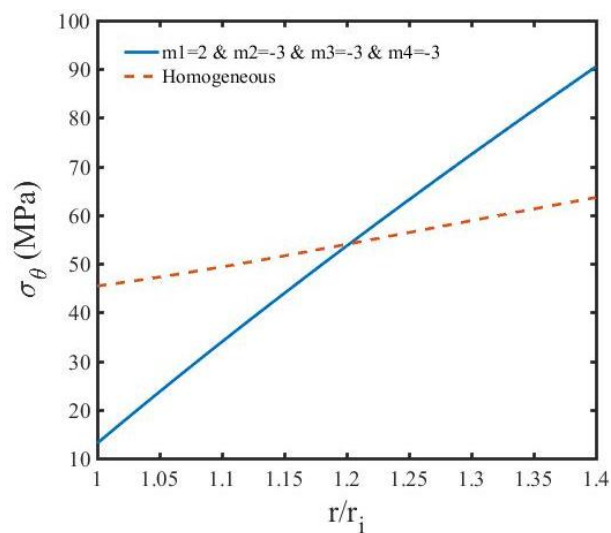
می‌توان با نامساوی فرض کردن ۴ ثابت خواص و محاسبه تنش‌ها و جابجایی ایجاد شده به ازای مقادیر مختلف ثابت‌ها از ۳- تا ۳+ در حالتی که $(m1 \neq m2 \neq m3 \neq m4)$ و بررسی حالات مختلف به ثابت‌های مناسبی دست یافت که در آن تنش‌ها و جابجایی نسبت به حالت قبل نیز کاهش یابد. با بررسی حالت‌های مختلف توزیع خواص ماده (۲۴۰۱ حالت منحصر به فرد) درام با ثابت‌های غیر یکسان به ترتیب برابر با ۲+، ۳-، ۳- و ۳- به عنوان بهترین نمونه مورد بررسی به دست آمد. تفاوت توزیع جابجایی و تنش‌ها در این حالت در قیاس با حالت همگن در شکل‌های ۳۶ تا ۴۰ نشان داده شده است. قابل توجه است که در صورت استفاده از ماده FGM مناسب به نسبت ماده همگن بیشینه جابجایی‌ها از ۰/۲۵۹۴ به ۰/۱۷۵۹ میلی‌متر کاهش یافته که کاهش ۳۲/۲ درصدی را نشان می‌دهد. همچنین بیشینه تنش معادل از ۱۱۰ به ۸۱/۳۱ مگاپاسکال کاهش یافته که ۲۶ درصد کاهش را نشان می‌دهد.



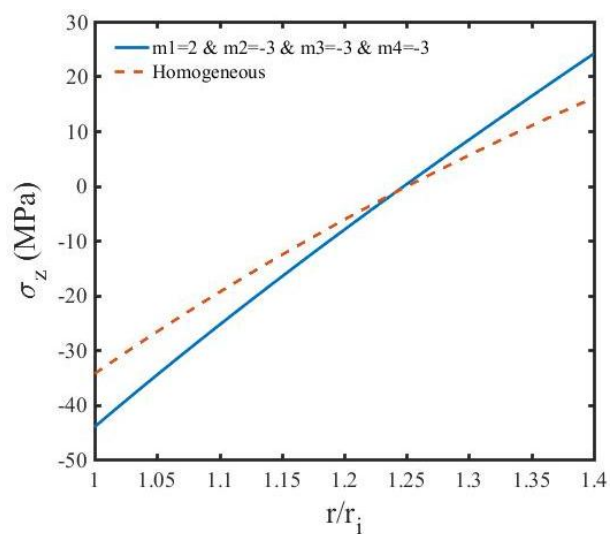
شکل ۳۶ توزیع جابجایی شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مشخص شده ثابت‌های غیر همگن و مقایسه آن با حالت همگن



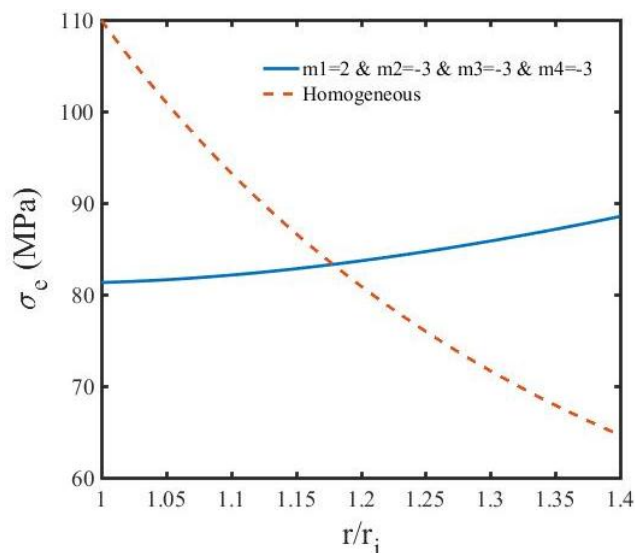
شکل ۳۷ توزیع تنش شعاعی در حالت FGM تحت مقادیر مشخص شده ثابت‌های غیر همگن و مقایسه آن با حالت همگن



شکل ۳۸ توزیع تنش محیطی در حالت FGM تحت مقادیر مشخص شده ثابت‌های غیر همگن و مقایسه آن با حالت همگن



شکل ۳۹ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مشخص شده ثابت‌های غیر همگن و مقایسه آن با حالت همگن



شکل ۴۰ توزیع تنش محوری در حالت FGM تحت مقادیر مشخص شده ثابت‌های غیر همگن و مقایسه آن با حالت همگن

در پایان مقایسه کمی بین نتایج تمامی حالات بررسی شده در بخش ۳، در جدول ۱ نشان داده شده است. لازم به ذکر است، مقادیر مثبت و منفی موجود در این جدول به ترتیب نشان‌دهنده کاهش و افزایش در نتایج به دست آمده در قیاس با حالت همگن بررسی شده در بخش (۱-۳) است.

جدول ۱ مقایسه تأثیر پارامترهای مؤثر بررسی شده بر بهبود رفتار درام

درصد بهبود تنش معادل در قیاس با حالت همگن	درصد بهبود جابجایی شعاعی در قیاس با حالت همگن	انواع حالت‌های مختلف بررسی شده
۱۷/۳۹	۱۳/۱۸	بخش (۱-۳) استفاده از FGM با ضرایب یکسان ۱/۵
۸۶/۹۵	-۵۵/۰۳	بخش (۲-۳) استفاده از FGM تنها در معرض فشار داخلی ۱۰۰ MPa -
۸۶/۹۵	۲۹۸/۴۴	بخش (۲-۳) استفاده از FGM تنها در معرض فشار داخلی ۱۰۰ MPa +
-۲۳۹/۱۳	-۲۱۰/۰۷	بخش (۳-۳) استفاده از FGM تنها در معرض فشار خارجی ۱۰۰ MPa -
-۱۵۲/۱۷	-۱۱۳/۱۷	بخش (۳-۳) استفاده از FGM تنها در معرض فشار داخلی ۱۰۰ MPa +
۴/۳۴	-۰/۷۷	بخش (۴-۳) استفاده از FGM در معرض نیروهای داخلی و خارجی ۱۰۰ MPa (فشار - فشار)
-۳۰۰/۱۰	-۳۳۴/۱۰	بخش (۴-۳) استفاده از FGM در معرض نیروهای داخلی و خارجی ۱۰۰ MPa (فشار - کشش)
-۴۹۱/۳۰	-۵۰۰/۷۷	بخش (۴-۳) استفاده از FGM در معرض نیروهای داخلی و خارجی ۱۰۰ MPa (کشش - فشار)
-۴/۳۴	۶۱/۲۴	بخش (۴-۳) استفاده از FGM در معرض نیروهای داخلی و خارجی ۱۰۰ MPa (کشش - کشش)
-۲۵/۲۱	-۳۳/۷۲	بخش (۵-۳) استفاده از FGM با سرعت ۴ برابر حالت اول (۲۰۰ رادیان بر ثانیه)
۲۲/۶۰	۲۸/۲۹	بخش (۵-۳) استفاده از FGM با سرعت ۰/۶ برابر حالت اول (۳۰ رادیان بر ثانیه)
۱۴/۷۸	۱۰/۸۵	بخش (۶-۳) استفاده از FGM با نسبت شعاعی ۱/۴۲ برابر حالت اول
-۲۵/۲۱	-۳۱/۷۸	بخش (۶-۳) استفاده از FGM با نسبت شعاعی ۰/۸۵ برابر حالت اول
-۱۳/۰۴	-۰/۷۷	بخش (۱-۷-۳) استفاده از FGM با ضرایب یکسان ۳+
-۲۶/۰۸	-۳۷/۵۹	بخش (۱-۷-۳) استفاده از FGM با ضرایب یکسان ۳-
۲۶/۰۰	۳۲/۲۰	بخش (۲-۷-۳) استفاده از FGM با ضرایب غیر یکسان مطلوب

۴- نتیجه گیری

در این مقاله تحلیل دقیق ترموالاستیک درام دوار ساخته شده از مواد هدفمند تابعی (FGM) با تابع حرارتی دلخواه در درامی مفروض مورد بررسی قرار گرفت و بررسی اثرات متفاوت نظیر مقدار و نوع بارگذاری در سطوح داخلی و خارجی درام، مقدار سرعت زاویه‌ای، ضخامت درام و مقدار ثابت‌های غیر همگن بر روی مقادیر مؤلفه‌های مختلف تنش و جابجایی به دست آمد و با نتایج درام در حالت همگن مورد مقایسه قرار گرفت که لازم است با توجه به محدودیت‌ها در طراحی این نوع سازه مورد توجه قرار گیرد. مطابق با نتایج به دست آمده در حالت کلی یک راه حل جهت کاهش در تنش‌های کلی، افزایش ضخامت ماده است که از طرفی بایستی توجه داشت این افزایش منجر به افزایش وزن کلی سازه خواهد شد و بایستی به عنوان یک محدودیت در طراحی به آن توجه شود. همچنین جهت کاهش سطح تنش‌ها در ساختار درام توصیه می‌شود درام به نوعی طراحی گردد که از درون تحت فشار و از ناحیه بیرونی تحت کشش قرار گیرد. در پایان به طور کلی بهبود سطح تنش و جابجایی در صورت استفاده از مواد FGM به جای ماده همگن نشان داده شد و با بررسی رفتاری درام مشخص شد که در اثر استفاده از ضرایب مناسب و انتخاب ماده FGM مناسب می‌توان تنش‌ها و جابجایی را به طور چشمگیری کاهش داد.

۵- مراجع

- [1] Tang S. Elastic Stresses in Rotating Anisotropic Disks. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1969;11:509-517.
- [2] Bever M, Duwez P. Gradients in Composite Materials. *Materials Science and Engineering*. 1972;10:1-8.
- [3] Sahni M, Sahni R. Rotating Functionally Graded Disc with Variable Thickness Profile and External Pressure. *Procedia Computer Science*. 2015;57:1249-1254.
- [4] Mirsky I, Herrmann G. Nonaxially Symmetric Motions of Cylindrical Shells. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1957;29:1116-1123.
- [5] Fuchiyama T, Noda N. Analysis of Thermal Stress in a Plate of Functionally Gradient Material. *JSAE review*. 1995;16:263-268.
- [6] Durodola J, Attia, O. Deformation and Stresses in Functionally Graded Rotating Disks. *Composites Science and Technology*. 2000;60:987-995.
- [7] Tarn J. Exact Solutions for Functionally Graded Anisotropic Cylinders Subjected to Thermal and Mechanical Loads. *International Journal of Solids and Structures*. 2001;38:8189-8206.
- [8] Eraslan A N, Arslan E. Plane Strain Analytical Solutions to Rotating Partially Plastic Graded Hollow Shafts. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*. 2008;31:273-287.
- [9] Nejad M, Afshin A. Thermoelastic Transient Response of Rotating Thick Cylindrical Shells under General Boundary Conditions. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*. 2013;4:2796-809.
- [10] Khoshgoftar M, Rahimi G, Arefi M. Exact Solution of Functionally Graded Thick Cylinder with Finite Length under Longitudinally Non-Uniform Pressure. *Mechanics Research Communications*. 2013;51:61-66.
- [11] Ghannad M, Rahimi G H, Nejad M. Elastic Analysis of Pressurized Thick Cylindrical Shells with Variable Thickness Made of Functionally Graded Materials. *Composites Part B: Engineering*. 2013;45:388-396.
- [12] Zamani Nejad M, Jabbari M, Ghannad M. A Semi-Analytical Solution for Elastic Analysis of Rotating Thick Cylindrical Shells with Variable Thickness Using Disk Form Multilayers. *The Scientific World Journal*. 2014;2014.
- [13] Mahmoudabadi M R, Ovesy H R, Fazilati J. Dynamic instability analysis of laminated composite cylindrical panels using the first order shear deformation layerwise theory and spline finite strip method. *Journal of Science and Technology of Composites*. 2014;1:61-74.
- [14] Ranjbar J, Alibeigloo A. Nonlocal elasticity theory for thermo-elastic analysis of nanoscale spherical shell subjected to thermal shock. *Modares Mechanical Engineering*. 2014;14:65-72.

- [15] Nejad M, Fatehi P. Exact Elasto-Plastic Analysis of Rotating Thick-Walled Cylindrical Pressure Vessels Made of Functionally Graded Materials. *International Journal of Engineering Science*. 2015;86:26-43.
- [16] Arefi M, Nahas I, Abedi M. Thermo-Elastic Analysis of a Rotating Hollow Cylinder Made of Arbitrary Functionally Graded Materials. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2015;45:41-60.
- [17] Anani Y, Rahimi G. Stress Analysis of Rotating Cylindrical Shell Composed of Functionally Graded Incompressible Hyperelastic Materials. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016;108:122-128.
- [18] Afshin A, Zamani Nejad M, Dastani K. Transient thermoelastic analysis of FGM rotating thick cylindrical pressure vessels under arbitrary boundary and initial conditions. *Journal of Computational Applied Mechanics*. 2017;48:15-26.
- [19] Gönczi D. Analysis of rotating functionally graded disks with arbitrary material properties. *Acta Technica Corviniensis-Bulletin of Engineering*. 2018;11:11-16.
- [20] Bidgoli M O, Arefi M, Loghman A. Thermoelastic behaviour of FGM rotating cylinder resting on friction bed subjected to a thermal gradient and an external torque. *Australian Journal of Mechanical Engineering*. 2021;19:1-9.
- [21] Vaziri S A, Ghannad M, Anwar Bég O. Exact thermoelastic analysis of a thick cylindrical functionally graded material shell under unsteady heating using first order shear deformation theory. *Heat Transfer—Asian Research*. 2019;48:1737-1760.
- [22] Yousefi S, Shahriari B, Sadeghinezhad M S. Elastic Analysis of the Rotating FGM Spool Drum of the Axial Compressor In Aero Gas Turbine Engine. *Aerospace Knowledge And Technology Journal*. 2019;8:55-66.
- [23] Shahriari B, Sadeghinezhad M S, Yousefi S. Thermoelastic Analysis of Compressor Spool in Turbojet Engine and Redesign its Using Functionally Graded Materials with Optimal Coefficients. *Mechanics of Advanced Composite Structures*. 2019;6:167-179.
- [24] Yarimpabuç D. Transient-thermoelastic analysis of periodically rotated functionally graded hollow cylinder. *Journal of Engineering Mathematics*. 2021;128:1-11.
- [25] Eldeeb A M, Shabana Y M, Elsayaf A. Investigation of the thermoelastoplastic behaviors of multilayer FGM cylinders. *Composite Structures*. 2021;276:114-523.
- [26] Ebrahimi T, Nejad M Z, Jahankohan H, Hadi A. Thermoelastoplastic response of FGM linearly hardening rotating thick cylindrical pressure vessels. *Steel and Composite Structures*. 2021;38:189-211.
- [27] Benslimane A, Medjdoub C, Methia M, Khadimallah M A, Hammiche D. Investigation of displacement and stress fields in pressurized thick-walled FGM cylinder under uniform magnetic field. *Materials Today: Proceedings*. 2021;36:101-106.
- [28] Taghizadeh T, Zamani Nejad M. Thermo-elastic creep analysis and life assessment of rotating thick pressurized cylindrical shells using third-order shear deformation theory. *Journal of Computational Applied Mechanics*. 2021;52:366-393.