



## ردیابی مسیر مشخص ربات متحرک هوشمند بر سطح شیب‌دار با استفاده از کنترل کننده غیرخطی مد لغزشی

مصطفی ناظمی زاده<sup>الف\*</sup>، پویا ملاحی کلاهی<sup>ب</sup>

<sup>الف</sup> استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ایران، nazemi@mut-es.ac.ir

<sup>ب</sup> کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ایران، Pouya.mallahi@gmail.com

چکیده	واژگان کلیدی
ربات‌های متحرک چرخ‌دار با توجه به مزایایی نظیر فضای کاری وسیع‌تر، متحرک بودن و قدرت مانور بالاتر دارای کاربرد فراوانی هستند. همچنین هوشمندسازی ربات‌های متحرک برای انجام حرکت خودگردان یکی از زمینه‌های مورد علاقه محققان علم رباتیک می‌باشد. در این مقاله ردیابی مسیر مشخص ربات متحرک هوشمند بر سطح شیب‌دار با استفاده از کنترل کننده غیرخطی مد لغزشی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. ابتدا معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک چرخ‌دار بر روی سطح شیب‌دار با استفاده از روش نیوتن-اویلر استخراج می‌شود. سپس یک بلوک کنترل کننده غیرخطی چندمرحله‌ای به منظور ردیابی مسیر ارائه می‌شود. ابتدا کنترل کننده، مقادیر سرعت ربات برای یافتن موقعیت ربات را تعیین کرده و سپس با فرض نامعینی‌های پارامتری در مدل دینامیک، از یک کنترل کننده مد لغزشی برای ردیابی مسیر مطلوب ربات استفاده می‌شود. شبیه‌سازی‌های متنوعی به منظور صحت‌سنجی روش کنترلی ارائه می‌شود که نتایج قابلیت و کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.	ربات هوشمند، ردیابی مسیر، کنترل مد لغزشی، سطح شیب‌دار.
	تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۱۸
	تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۷/۰۸
	تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۰۹

## Trajectory tracking of an intelligent mobile robot on a slope surface using the nonlinear sliding mode control

M. Nazemizadeh<sup>a\*</sup>, P. Mallahi kolahi<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Faculty of Mechanics, Malek-Ashtar University of Technology, Isfahan, Iran

<sup>b</sup> Faculty of Mechanics, Malek-Ashtar University of Technology, Isfahan, Iran

### KEYWORDS

Intelligence robot,  
Trajectory Tracking,  
Sliding mode control,  
Slope surface.

Received: September 09, 2021

Revised: September 30, 2021

Accepted: October 01, 2021

### ABSTRACT

Wheeled mobile robots have many applications due to their advantages such as wide workspace, mobility and maneuverability. Intelligence of mobile robots to perform autonomous movements is also one of the favorite fields of robotics researches. In this paper, the trajectory tracking of an intelligent mobile robot on a sloping surface is studied using a nonlinear sliding mode control. First, the nonlinear dynamic equations of a wheeled mobile robot are derived on a sloping surface using the Newton-Euler method. A multistage nonlinear control block is then proposed for trajectory tracking. First, the controller calculates the linear and angular velocity of the robot to find the position of the robot, and then, assuming uncertainties in the dynamic model, a sliding mode controller is used to track the robot's specific path. Various simulations are presented to validate the control method, which the results show the capability and efficiency of the proposed method.

## ۱- مقدمه

ربات‌های متحرک نسبت به نوع ثابت آن دارای مزایایی چون فضای کاری وسیع‌تر، متحرک بودن و قدرت مانور بالاتر بوده و لذا مورد کاربرد فراوانی هستند [۱-۲]. همچنین از ربات‌های متحرک در جابجایی اجسام در محیط‌های بزرگ و کاربردهای خاصی نظیر حمل مواد خطرناک در صنایع نظامی و هسته‌ای استفاده می‌شود و لذا هوشمندسازی و خودگردان<sup>۱</sup> کردن ربات‌های متحرک در این محیط‌ها بسیار حائز اهمیت است. بنابراین هوشمندسازی ربات‌های متحرک برای انجام حرکت خودگردان یکی از زمینه‌های مورد علاقه محققان علم رباتیک می‌باشد [۳-۵].

به‌منظور هوشمندسازی و خودگردان کردن ربات‌های متحرک بایستی از روش‌های کنترلی پیشرفته حلقه‌بسته استفاده نمود. لذا روش‌های کنترلی متنوعی نظیر کنترل بهینه [۶-۷]، کنترل خطی‌سازی بازخورد [۸]، کنترل مقاوم [۹] و ... به‌منظور کنترل هوشمند ربات‌های خودگردان توسط محققان علم رباتیک ارائه شده است.

یانگ و همکاران [۱۰] یک روش کنترل مقاوم برای پایدارسازی حرکت ربات متحرک چرخ‌دار ارائه داده و نشان دادند که کنترل روش کنترلی طراحی‌شده نسبت به اغتشاشات محدود، مقاوم است. آن‌ها با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک حاکم بر ربات چرخ‌دار، موقعیت ربات را در مختصات قطبی بیان کرده و سپس روش کنترلی را بر آن اعمال کردند. کرادینی و همکارش [۱۱] یک کنترل مد لغزشی برای یک مدل دینامیک گسسته نسبت به زمان برای ردیابی مسیر ارائه کردند. آن‌ها حد مجانبی باند خطا در روش کنترلی ارائه‌شده را اثبات نموده و از روش گسسته‌سازی به‌منظور کارایی و پیاده‌سازی آسان روش کنترلی استفاده نمودند. همچنین آن‌ها با استفاده از تست تجربی، به مطالعه ردیابی مسیر مطلوب توسط یک ربات تجاری پرداختند. کورایم و همکاران [۱۲] به کنترل غیرخطی و محاسبه ظرفیت حمل بار یک ربات متحرک چرخ‌دار با استفاده از روش کنترل بهینه غیرخطی پرداختند. همچنین آن‌ها به کنترل هوشمند ربات متحرک دارای بازوی مکانیکی در حضور موانع ثابت [۱۳] و موانع متحرک [۱۴] پرداختند. آن‌ها از کنترل بهینه غیرخطی برای کنترل دینامیک ربات استفاده کرده و موانع را با استفاده از توابع پتانسیل در فضای کاری ربات متحرک تعریف نمودند. اگرچه آن‌ها در مدل‌سازی دینامیکی ربات، عدم قطعیت‌ها را در نظر نگرفته و لذا روش کنترلی پیشنهادی بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت و اغتشاش ارائه شده بود.

حبیب نژاد و همکاران [۱۵] یک استراتژی کنترل بهینه برای ربات همراه با منیولاتور ارائه کردند. در این روش کنترلی پیشنهادشده از یک روش کنترل مقاوم و توسعه الگوریتم بهینه برای کاهش عدم قطعیت‌ها و لغزش چرخ‌ها استفاده شده است. همچنین در [۱۶] یک کنترل‌کننده ردیابی زمان محدود برای ربات متحرک ارائه شده است که در آن از روش سوئیچینگ رله-ای و کنترل مد لغزشی ترمینال با همگرایی زمان محدود برای کنترل ربات استفاده شده است. حبیب نژاد و همکاران [۱۷] یک کنترل خطی‌ساز زمان محدود با در نظر گرفتن ضرایب بهینه به‌منظور ردیابی مسیر ارائه کردند.

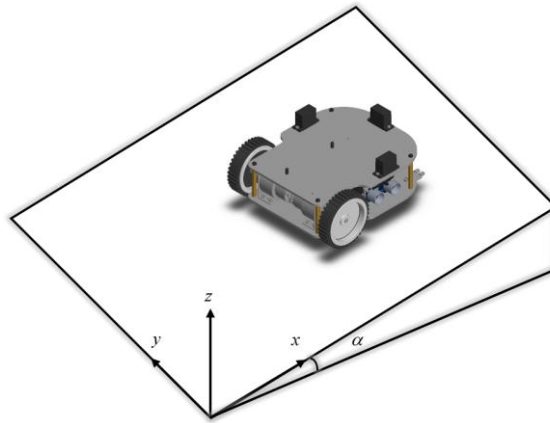
خای و همکاران [۱۸] به‌منظور کنترل و ردیابی مسیر یک ربات متحرک دیفرانسیلی، یک قانون کنترل‌کننده سینماتیک به‌منظور کنترل سرعت‌های ورودی دینامیک ربات ارائه کردند. آن‌ها از کنترل فازی برای افزایش کیفیت ردیابی مسیر استفاده کردند. متراجی و همکاران [۱۹] با در نظر گرفتن اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های پارامتری در هنگام تنظیم سرعت خطی و زاویه‌ای ربات به‌منظور ردیابی مسیر مرجع از یک کنترل‌کننده مد لغزشی استفاده کردند. هوسکیچ و همکاران [۲۰] یک کنترل‌کننده غیرخطی برای ردیابی مسیر مرجع توسط ربات در سرعت بالا ارائه کردند. آن‌ها از یک مدل سینماتیک با پارامترهای تجربی برای توضیح حرکت وابسته به زمین استفاده کردند.

در مقاله کنونی به ردیابی مسیر ربات متحرک هوشمند بر سطح شیب‌دار همراه با در نظر گرفتن نامعینی دینامیکی پرداخته می‌شود. بدین منظور ابتدا با استفاده از روش نیوتن-ویلر به استخراج معادلات دینامیکی ربات بر روی سطح شیب‌دار پرداخته می‌شود. سپس با ترکیب مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک، به کنترل و ردیابی مسیر آن پرداخته خواهد شد. در ابتدا به طراحی کنترل‌کننده غیرخطی برای بدست آوردن سرعت‌های مطلوب به‌منظور ردیابی مسیر مرجع سرعت مشخص تعیین می‌شود. در مرحله بعد با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری در معادلات دینامیک ربات و با استفاده از سرعت مطلوب به‌دست‌آمده گشتاور لازم برای ردیابی مسیر ربات با استفاده از کنترل مد لغزشی محاسبه می‌شود.

<sup>۱</sup> Autonomous

## ۲- استخراج معادلات دینامیکی ربات

در این بخش به استخراج معادلات دینامیکی ربات متحرک با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک پرداخته می‌شود. شماتیک ربات متحرک قرار گرفته بر روی سطح شیب‌دار در شکل ۱ نشان داده شده است. این ربات توسط دو محرک مجزا در چرخ‌ها کنترل می‌شود.



شکل ۱ شماتیک ربات چرخ‌دار بر روی سطح شیب‌دار

با استفاده از اصل نیوتن-اویلر به استخراج معادلات دینامیک پرداخته می‌شود که برابر است با:

$$\sum F = ma_x \quad (۱)$$

$$\sum F = ma_y \quad (۲)$$

$$\sum M = I\ddot{\varphi} \quad (۳)$$

با بسط روابط فوق برای ربات هوشمند بر سطح شیب‌دار، روابط زیر حاصل می‌شود:

$$m\ddot{x} - (F_r + F_l)\cos\varphi + mg\sin(\alpha) - \lambda\sin\varphi = 0 \quad (۴)$$

$$m\ddot{y} - (F_r + F_l)\sin\varphi + \lambda\cos\varphi = 0 \quad (۵)$$

$$I\ddot{\varphi} - (F_r + F_l)\frac{L}{2} = 0 \quad (۶)$$

با تعریف بردار مختصات  $\vec{q} = [x_c \quad y_c \quad \varphi \quad v \quad \omega]^T$  قید عدم لغزش طولی چرخ‌های ربات برابر با رابطه ۷ است:

$$\dot{y}\cos\varphi - \dot{x}\sin\varphi = 0 \quad (۷)$$

قید غیرهولونومیک حاکم بر سیستم در فرم ماتریسی زیر بیان می‌شود:

$$A\dot{\vec{q}} = 0 \quad (۸)$$

که در رابطه بالا  $A$  بیانگر قیود غیرهولونومیک است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = [\cos\varphi \quad -\sin\varphi \quad 0] \quad (۹)$$

فرم کلی معادلات دینامیکی سیستم به فرم نهایی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$M(\vec{q})\ddot{\vec{q}} + \vec{G}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = B\vec{\tau} + A\vec{\lambda} \quad (۱۰)$$

که در آن  $M$  ماتریس جرم،  $q$  بردار مختصات تعمیم‌یافته،  $G$  اثر نیروهای غیرخطی و گرانش،  $B$  ماتریس ضرایب ورودی و  $\tau$  بردار گشتاور و  $\lambda$  بردار ضرایب لاگرانژ می‌باشد. مقادیر مربوط به ربات متحرک در رابطه ۱۰ عبارت است از:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

$$G = \begin{bmatrix} mg \sin(\alpha) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

$$B = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos\varphi & \cos\varphi \\ \sin\varphi & \sin\varphi \\ \frac{L}{2} & -\frac{L}{2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در ادامه به منظور حذف ترم بردار ضرایب لاگرانژ از معادلات دینامیک سیستم (۱۰)، بردار سرعت  $\vec{v} = [v \ \omega]^T$  و ماتریس  $S$  با ویژگی  $A.S = 0$  و  $\dot{q} = S\vec{v}$  تعریف می‌شود. در این حالت با تعریف ماتریس  $S$  فضای پوچی  $A$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 \\ \sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

معادله دینامیک سیستم با حذف ضرایب لاگرانژ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{M}(\vec{q})\dot{\vec{q}} + \vec{G}(\dot{\vec{q}}, \vec{q}) = \vec{B}\vec{\tau} \quad (15)$$

مقادیر مربوط به رابطه ۱۵ به صورت زیر بیان می‌شود:

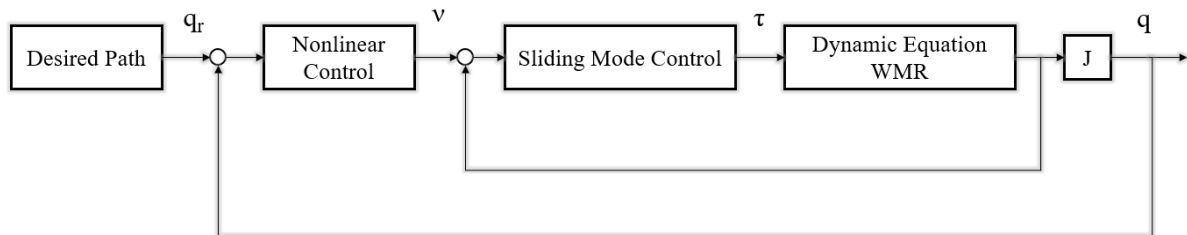
$$\vec{M}(\vec{q}) = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\vec{G}(\dot{\vec{q}}, \vec{q}) = \begin{bmatrix} mg\cos\varphi\sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \\ \frac{L}{2r} & -\frac{L}{2r} \end{bmatrix} \quad (18)$$

### ۳- طراحی کنترل‌کننده ربات متحرک به روش مد لغزشی

در این بخش، ساختار کنترل‌کننده مورد استفاده برای ربات قرار گرفته روی سطح شیب‌دار در شکل ۲ ارائه شده است. ابتدا با استفاده از کنترل غیرخطی به روش لیاپانوف به طراحی کنترل‌کننده سرعت پرداخته می‌شود. برای کنترل دینامیک ربات از روش کنترل مد لغزشی استفاده شده است که سرعت به دست آمده از کنترل‌کننده غیرخطی به عنوان ورودی مطلوب برای تولید گشتاور مورد نیاز در معادلات دینامیک استفاده خواهد شد.



شکل ۲ بلوک دیاگرام سیستم کنترل غیرخطی ربات متحرک

با تعریف بردار موقعیت ربات  $q = [x_c \ y_c \ \varphi_c]^T$  و بردار موقعیت مرجع  $q_r = [x_r \ y_r \ \varphi_r]^T$  در هر لحظه، خطای ردیابی مسیر برابر با رابطه ۱۶ است [۱۶]:

$$q_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \varphi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \varphi_r - \varphi_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

با مشتق‌گیری از رابطه ۱۶، رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\varphi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v + \omega y_e + v_r \cos\varphi_e \\ -\omega x_e + v_r \sin\varphi_e \\ -\omega + \omega_r \end{bmatrix} \quad (17)$$

برای به دست آوردن قانون کنترلی مورد نیاز برای ردیابی مسیر مرجع به روش کنترلی غیرخطی، کاندید لیاپانوف مثبت

معین ( $V > 0$ ) به صورت زیر بیان می شود:

$$V = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2) + (1 - \cos\varphi_e)/K_y \quad (18)$$

که در رابطه بالا  $K_y$  یک ثابت مثبت می باشد. قانون کنترلی به صورت زیر استخراج می شود:

$$v_d = v_r \cos\varphi_e + K_x x_e \quad (19)$$

$$\omega_d = \omega_r + v_r(K_y y_e + K_\varphi \sin\varphi_e) \quad (20)$$

به منظور بررسی پایداری و استخراج قانون کنترلی، مشتق کاندید لیاپانوف ارائه شده همراه با جایگذاری رابطه ۱۷ و ساده سازی برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{x}_e x_e + \dot{y}_e y_e + \dot{\varphi}_e \frac{\sin\varphi_e}{K_y} \rightarrow & [-(\omega_r + v_r(K_y y_e + K_\varphi \sin\varphi_e))y_e - K_x x_e]x_e + \dots \\ & [-(\omega_r + v_r(K_y y_e + K_\varphi \sin\varphi_e))x_e + v_r \sin\varphi_e]y_e + \dots \\ & [-v_r(K_y y_e + K_\varphi \sin\varphi_e)]\sin\varphi_e/K_y \rightarrow \end{aligned} \quad (21)$$

$$\dot{V} = -K_x x_e^2 - \frac{v_r K_\varphi \sin^2\varphi_e}{K_y} \leq 0$$

شرایط لازم برای پایداری ( $V > 0$ ) و به دست آوردن قانون کنترلی این است که مشتق کاندید لیاپانوف به دست آمده در ۲۱ منفی معین ( $\dot{V} < 0$ ) باشد. با توجه به رابطه نهایی به دست آمده از مشتق لیاپانوف، ضرایب  $K_x$  و  $K_y$  و  $K_\varphi$  یک ثابت مثبت معین می باشد و می توان نتیجه گرفت کاندید لیاپانوف ارائه شده مثبت معین و مشتق آن منفی معین می باشد. با توجه به محدود بودن  $v_r$  و  $\omega_r$  قانون کنترلی ارائه شده به صورت پایدار مجانبی می باشد.

طراحی کنترل کننده برای دینامیک شامل دو مرحله به صورت زیر می باشد. در مرحله اول به تعریف سطح لغزش پرداخته می شود. بردار ورودی دینامیک به صورت  $q_{actual} = [v_{actual} \quad w_{actual}]^T$  و مقدار مطلوب  $q_{desired} = [v_{desired} \quad w_{desired}]^T$  تعریف می شود و در نهایت خطا و مشتق آن در رابطه ۲۲ و رابطه ۲۳ بیان می شود:

$$e = q_{desired} - q_{actual} \quad (22)$$

$$\dot{e} = \dot{q}_{desired} - \dot{q}_{actual} \quad (23)$$

سطح لغزش در نظر گرفته شده برای کنترل بردارهای حالت سیستم به صورت زیر بیان می شود:

$$S(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ \beta_2 \int_0^t e_2(\tau) d\tau \end{bmatrix} \quad (24)$$

با مشتق گیری از سطح لغزش تعریف شده در رابطه ۲۴ به صورت زیر بیان می شود:

$$\dot{S}(t) = \begin{bmatrix} \dot{s}_1(t) \\ \dot{s}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 e_1(t) \\ \beta_2 e_2(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

با جایگذاری رابطه ۲۳ در رابطه ۲۵ و استفاده از رابطه  $\dot{s} = \varepsilon \operatorname{sgn}(s)$ ، رابطه ۲۶ به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{q}_{actual} = \dot{q}_{desired} + \beta e + \varepsilon \operatorname{sgn}(s) \quad (26)$$

در مرحله دوم به محاسبه قانون کنترلی پرداخته می شود که در ابتدا معادله دینامیک سیستم بیان شده در رابطه ۱۵ را به صورت زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\dot{q} = \left( \bar{M}(\bar{q}) \right)^{-1} \left( \bar{B}\bar{\tau} - \bar{G}(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) \right) \quad (27)$$

با ترکیب رابطه ۲۶ و رابطه ۲۷ قانون کنترلی دینامیک برابر با رابطه ۲۸ به دست می آید:

$$\tau = \bar{B}^{-1} \left( \bar{M}(\dot{q}_{desired} + \beta e + \varepsilon \operatorname{sgn}(s)) + \bar{G} \right) \quad (28)$$

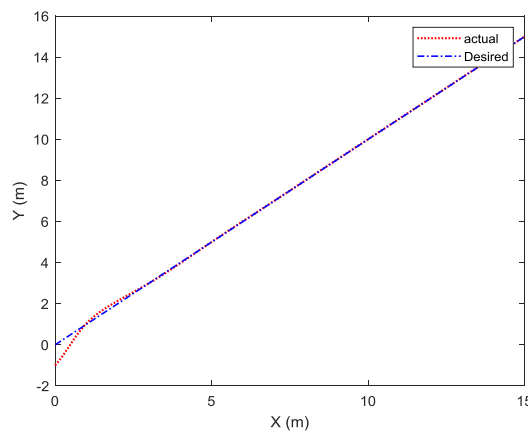
#### ۴- شبیه‌سازی

در این بخش به شبیه‌سازی ربات هوشمند بر روی سطح شیب‌دار با استفاده از قانون کنترلی به‌دست‌آمده پرداخته خواهد شد. همچنین مشخصات فیزیکی ربات در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. پارامترهای ربات متحرک

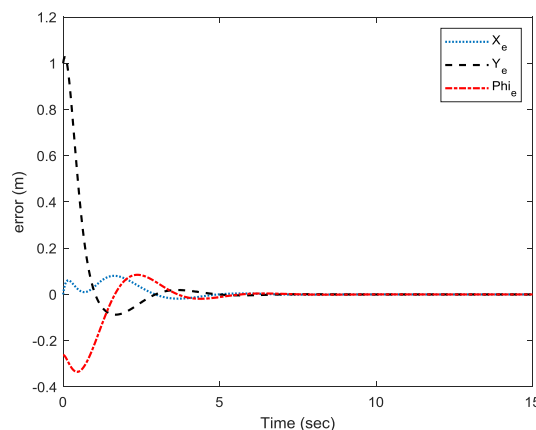
واحد	مقدار	پارامتر ربات
Kg	$m=4$	جرم ربات
$\text{Kg.m}^2$	$J=2/5$	ممان اینرسی
m	$r=0.3$	شعاع چرخ‌ها
m	$b=0.15$	فاصله چرخ‌ها تا مرکز ربات
deg	۲۰	زاویه سطح شیب‌دار

در شبیه‌سازی اول، مسیر مورد نظر برای ردیابی ربات قرار گرفته روی سطح شیب‌دار، یک خط راست می‌باشد که ربات از موقعیت  $q = [0 \quad -1 \quad 60^\circ]^T$  شروع به حرکت و ردیابی مسیر مرجع خواهد کرد. مسیر حرکت ربات در مقایسه با مسیر مشخص مستقیم در شکل ۳ نشان داده شده است.



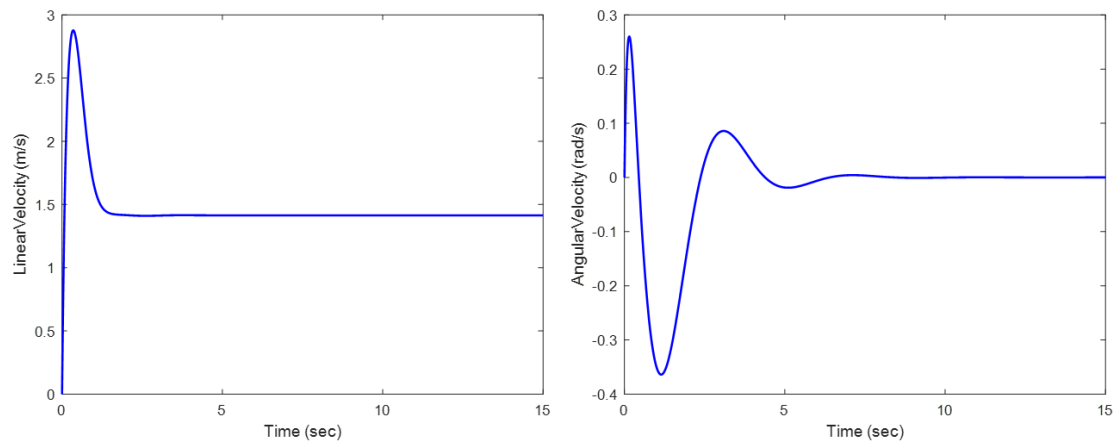
شکل ۳ مقایسه مسیر پیموده‌شده توسط ربات در مقایسه با مسیر مرجع مستقیم

همان‌طور که در شکل بالا دیده می‌شود، موقعیت اولیه ربات از مسیر مطلوب به علت شرایط اولیه انتخابی فاصله دارد. اما با استفاده از کنترل‌گر مد لغزشی، ربات در کم‌ترین زمان به ردیابی مسیر مرجع پرداخته است. در ادامه خطای ردیابی مختصات تعمیم‌یافته ربات نسبت به زمان برابر در شکل ۴ نشان داده شده است.



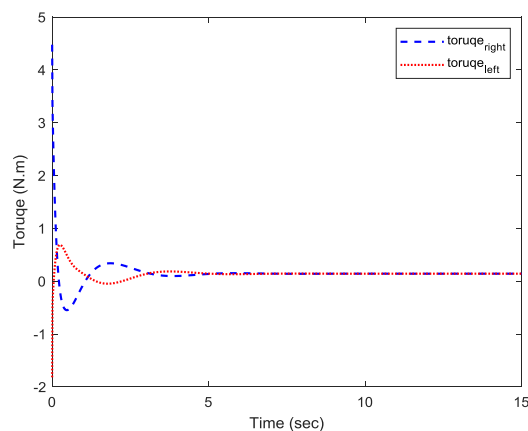
شکل ۴ خطای ردیابی موقعیت و جهت‌گیری ربات نسبت به زمان

با توجه به نمودار خطا به دست آمده، پس از گذشت ۵ ثانیه از زمان حرکت، خطای ردیابی مسیر مرجع به سمت صفر میل می‌کند. همچنین سرعت خطی و زاویه‌ای ربات در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵ سرعت خطی و زاویه‌ای ربات برای ردیابی مسیر مرجع مستقیم

با توجه به نمودار شکل ۵، به علت فاصله ربات با مسیر مرجع بیشترین انحراف سرعت مربوط به لحظات اول برای ردیابی مسیر مرجع می‌باشد که پس از گذشت زمان به مقدار ثابت همگرا می‌شود. همچنین گشتاور وارد به چرخ‌های ربات نسبت به زمان برابر است با شکل ۶.



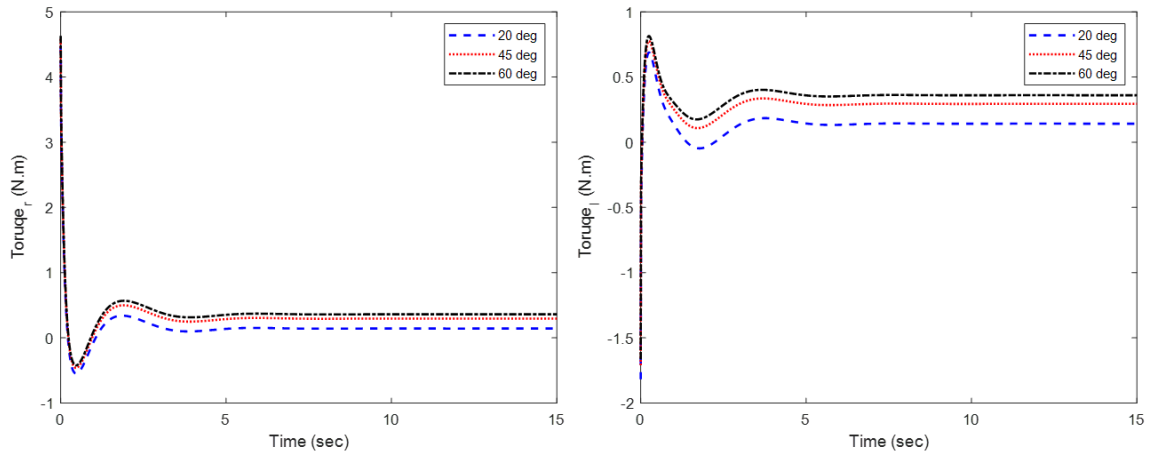
شکل ۶ گشتاور چرخ چپ و راست ربات برای ردیابی مسیر مرجع مستقیم

با توجه به نمودار گشتاور به دست آمده، همان‌گونه که انتظار می‌رود پس از رسیدن ربات به مسیر مرجع نمودار گشتاور هر دو چرخ ربات باید برابر یک مقدار ثابت برای ردیابی خط راست باشد. در شکل ۷ تأثیر زاویه سطح شیب‌دار بر روی میزان گشتاور لازم برای ردیابی مسیر نشان داده شده است.

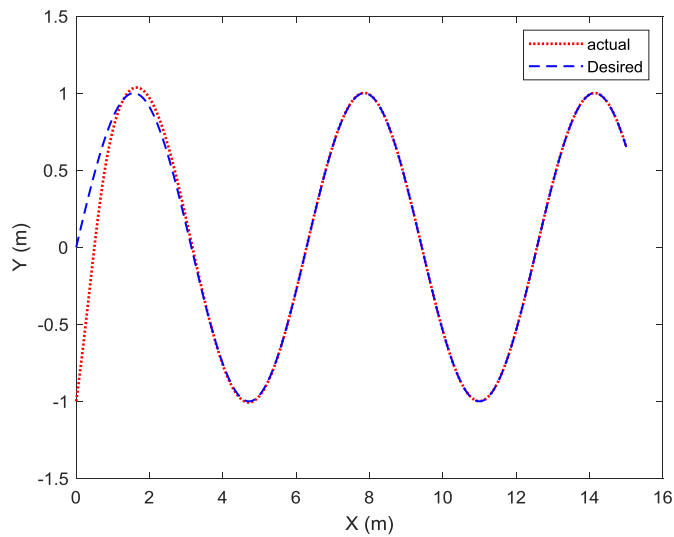
با توجه به نمودار گشتاور به دست آمده برای شیب‌های مختلف، همان‌گونه که انتظار می‌رود، با افزایش زاویه سطح شیب‌دار، گشتاور لازم به منظور بالا رفتن و ردیابی مسیر مرجع توسط ربات برای هر دو چرخ چپ و راست افزایش می‌یابد.

در شبیه‌سازی دوم، مسیر مورد نظر برای ردیابی ربات قرار گرفته رو سطح شیب‌دار، یک خط راست می‌باشد که ربات از موقعیت  $q = [0 \quad -1 \quad 60^\circ]^T$  شروع به حرکت و ردیابی مسیر مرجع خواهد کرد. مسیر حرکت ربات در مقایسه با مسیر مرجع در شکل ۸ نشان داده شده است.

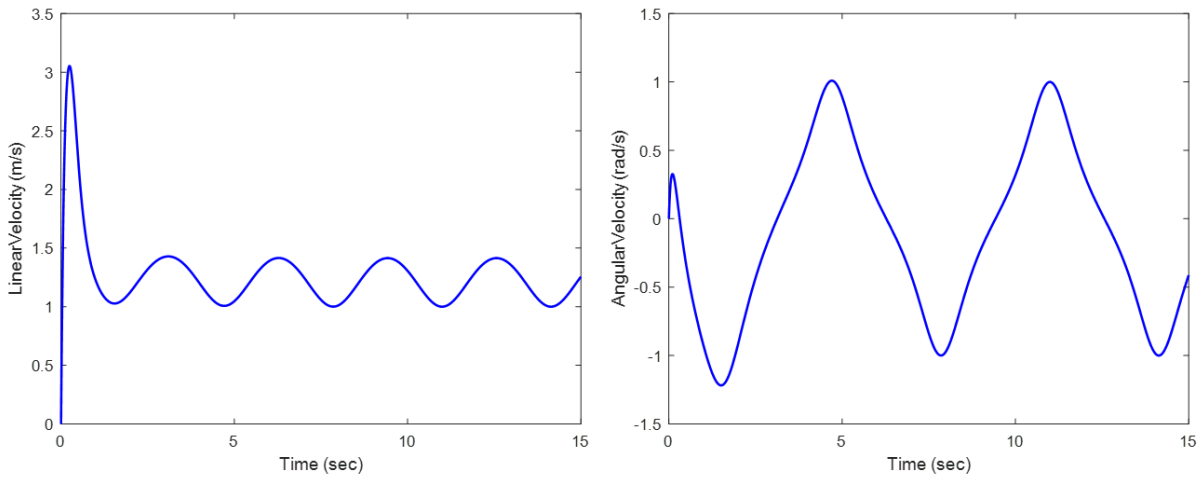
همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، ربات توانایی ردیابی مسیر پیچیده سینوسی را نیز دارد. از طرفی سرعت خطی ربات در شکل ۹ ارائه شده است.



شکل ۷ تأثیر زاویه سطح شیب‌دار بر روی گشتاور چرخ چپ و راست برای ردیابی مسیر مرجع مستقیم



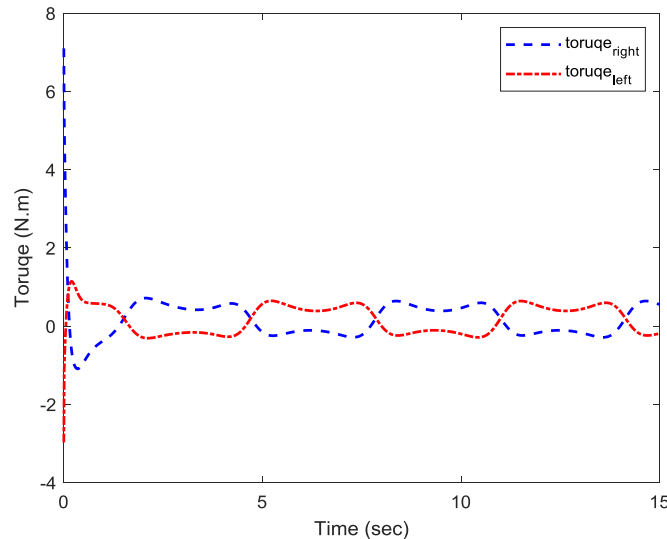
شکل ۸ مقایسه مسیر پیموده شده توسط ربات در مقایسه با مسیر مرجع سینوسی



شکل ۹ سرعت خطی و زاویه‌ای ربات برای ردیابی مسیر مرجع سینوسی

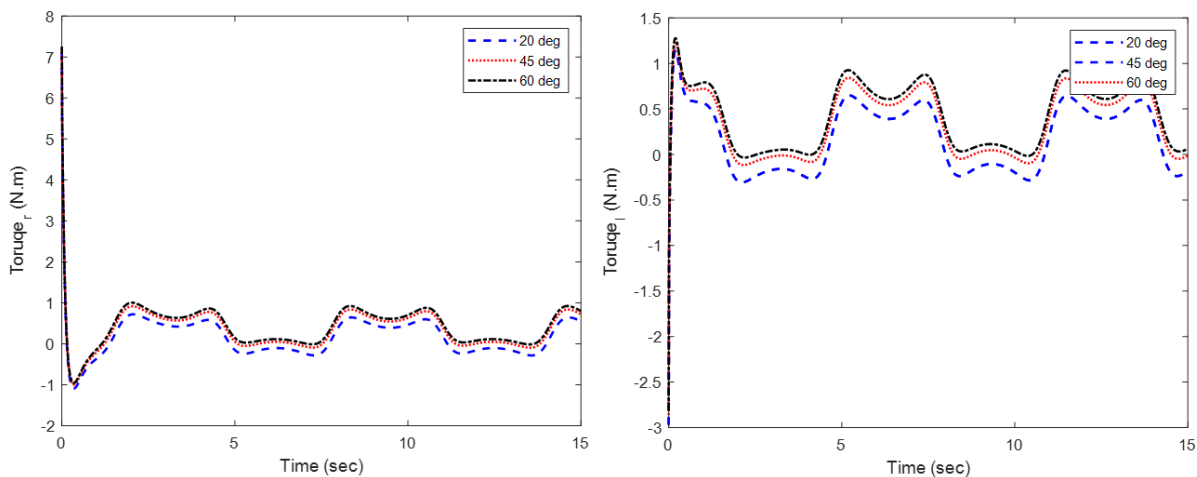
با توجه به مسیر سینوسی در نظر گرفته شده به عنوان مرجع، سرعت خطی و زاویه‌ای ربات نمودارهای متناوبی دارند تا ردیابی مسیر مرجع به صورت کامل صورت گیرد.

در ادامه گشتاور چرخ‌های ربات برای ردیابی مسیر مرجع در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰ گشتاور چرخ چپ و راست ربات برای ردیابی مسیر مرجع مستقیم

مطابق شکل ۱۰، با توجه به مسیر سینوسی در نظر گرفته شده به عنوان مرجع، نمودار گشتاور چرخ‌های راست و چپ نیز به صورت متناوب بوده تا ردیابی مسیر به خوبی انجام شود.



شکل ۱۱ تأثیر زاویه سطح شیب‌دار بر روی گشتاور چرخ چپ و راست برای ردیابی مسیر مرجع سینوسی

با توجه به نمودار گشتاور به دست آمده برای شیب‌های مختلف در ردیابی مسیر مرجع سینوسی با افزایش زاویه سطح شیب‌دار گشتاور لازم به منظور بالا رفتن ربات از سطح شیب‌دار و ردیابی مسیر مرجع برای هر دو چرخ چپ و راست افزایش می‌یابد.

## ۵- نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله، ردیابی مسیر ربات متحرک هوشمند بر روی سطح شیب‌دار همراه با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری ربات هوشمند بوده است. بدین منظور ابتدا معادلات دینامیک ربات هوشمند به روش نیوتن-اولر همراه با نظر گرفتن قیود حرکتی استخراج گردیده است. برای کنترل ربات هوشمند بر روی سطح شیب‌دار از یک کنترل کننده غیرخطی چندمرحله‌ای

برای ردیابی مسیر مطلوب ارائه گردید. برای کنترل دینامیک ربات همراه با در نظر گرفتن نامعینی‌های پارامتری در مدل از یک کنترل مد لغزشی برای ردیابی مسیر مطلوب استفاده گردید. شبیه‌سازی‌های متنوعی برای ردیابی مسیر ربات ارائه گردید. این روش کنترلی قابلیت ردیابی مسیر مستقیم و سینوسی را برای ربات متحرک هوشمند بر روی سطح شیب‌دار ایجاد می‌کند. لذا نتایج شبیه‌سازی برای مسیرهای متنوع، کارایی و قدرتمندی روش پیشنهادی را نشان داده است.

## ۶- مراجع

- [1] Ben Jabeur C, Seddik H. Design of a PID optimized neural networks and PD fuzzy logic controllers for a two-wheeled mobile robot. *Asian Journal of Control*. 2021;23:23-41.
- [2] Das M S, Samanta A, Sanyal S, Mandal S. Support Value-Based NFSMC for Wheeled Mobile Robot Path Tracking in Unknown Environments. *Wireless Personal Communications*. 2021;1-21.
- [3] Li W, Li Z, Liu Y, Ding L, Wang J, Gao H, Deng Z. Semi-autonomous bilateral teleoperation of six-wheeled mobile robot on soft terrains. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2019;133:106234.
- [4] Gao X, Gao R, Liang P, Zhang Q, Deng R, Zhu W. A hybrid tracking control strategy for nonholonomic wheeled mobile robot incorporating deep reinforcement learning approach. *IEEE Access*. 2021;9:15592-15602.
- [5] Nazemizadeh M, Rahimi H N, Khoiy K A. Trajectory planning of mobile robots using indirect solution of optimal control method in generalized point-to-point task. *Frontiers of Mechanical Engineering*. 2012;7:23-28.
- [6] Korayem M H, Nekoo S R, Korayem A H. Finite time SDRE control design for mobile robots with differential wheels. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2016;30:4353-4361.
- [7] Korayem M H, Nazemizadeh M, Nohooji H R. Smooth jerk-bounded optimal path planning of tricycle wheeled mobile manipulators in the presence of environmental obstacles. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2012;9:105.
- [8] Korayem M H, Yousefzadeh M, Manteghi S. Dynamics and input-output feedback linearization control of a wheeled mobile cable-driven parallel robot. *Multibody System Dynamics*. 2017;40:55-73.
- [9] Roy S, Nandy S, Kar I N, Ray R, Shome S N. Robust control of nonholonomic wheeled mobile robot with past information: Theory and experiment. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. 2017;231:178-188.
- [10] Yang J M, Kim J H. Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on robotics and automation*. 1999;15:578-587.
- [11] Corradini M L, Orlando. Control of mobile robots with uncertainties in the dynamical model: a discrete time sliding mode approach with experimental results. *Control Engineering Practice*. 2002;10:23-34
- [12] Korayem M H, Rahimi H N, Nikoobin A, Nazemizadeh M. Maximum allowable dynamic payload for flexible mobile robotic manipulators. *Latin American applied research*. 2013;43:29-35.
- [13] Korayem M H, Nazemizadeh M, Nohooji H R. Optimal point-to-point motion planning of non-holonomic mobile robots in the presence of multiple obstacles. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2014;36:221-232.
- [14] Korayem M H, Nazemizadeh M, Rahimi H N. Trajectory optimization of nonholonomic mobile manipulators departing to a moving target amidst moving obstacles. *Acta Mechanica*. 2013;224:995-1008.
- [15] Korayem M H, Ghobadi N, Fathollahi Dehkordi S. Designing an optimal control strategy for a mobile manipulator and its application by considering the effect of uncertainties and wheel slipping. *Optimal Control Applications and Methods*. 2021;42:1487-1511.
- [16] Hosseini M I, Jafari Harandi M R, Khalilpour Seyedi S A, Taghirad H. Experimental performance of adaptive fast terminal sliding mode control on a suspended cable robot. *Journal of Electrical and Computer Engineering Innovations (JECEI)*. 2018;7:59-67.
- [17] Korayem M H, Nekoo S R, Kazemi S. Finite-time feedback linearization (FTFL) controller considering optimal gains on mobile mechanical manipulators. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2019;94:727-744.

- [18] Khai T Q, Ryoo Y J, Gill W R, Im D Y. Design of kinematic controller based on parameter tuning by fuzzy inference system for trajectory tracking of differential-drive mobile robot. *International Journal of Fuzzy Systems*. 2020; 22: 1972-1978.
- [19] Matraji I, Al-Durra A, Haryono A, Al-Wahedi K, Abou-Khousa M. Trajectory tracking control of skid-steered mobile robot based on adaptive second order sliding mode control. *Control Engineering Practice*. 2018; 72: 167-176.
- [20] Huskić G, Buck S, Herrb M, Lacroix S, Zell A. High-speed path following control of skid-steered vehicles. *The International Journal of Robotics Research*. 2019; 38(9): 1124-1148.